COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 22 JUIN 1891.

PRÉSIDENCE DE M. DUCHARTRE.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ASTRONOMIE. — *Méthode pour la détermination des coordonnées équatoriales des centres des clichés constituant la Carte du ciel;* par M. Lœwy.

« Dans une des réunions du Congrès pour l'exécution photographique de la Carte du ciel, de l'année 1867, il a été décidé : 1° qu'il sera fait deux séries de clichés pour tout l'ensemble du ciel; 2° les deux séries de clichés seront effectuées de telle façon que l'image d'une étoile située au coin d'une plaque de la première se trouve aussi près que possible du centre d'une plaque de la seconde série; 3° les clichés destinés à la construction du Catalogue contiendront toutes les étoiles jusqu'à la 11ᵉ grandeur.

» Chaque plaque de la série du Catalogue renfermera donc en moyenne plusieurs centaines d'étoiles, et la grande perfection des images photographiques permettra d'obtenir, au moyen de mesures micrométriques de haute exactitude, les coordonnées rectilignes relatives de toutes les images. Mais, pour connaître la véritable position des astres photographiés sur la voûte céleste, il faut déterminer avec autant de précision que possible la

situation sur le ciel du point qui correspond à l'origine choisie de chaque plaque photographique. On peut résoudre ce problème fondamental par des procédés différents. J'ai l'honneur de présenter à l'Académie la solution qui me semble la plus rationnelle. Pour conclure les positions de toutes les étoiles du cliché, il est nécessaire d'effectuer un certain nombre de travaux préliminaires. Admettons donc, avant tout, ainsi qu'il a été décidé, que l'astronome détermine les coordonnées rectilignes d'une même plaque relativement aux traits moyens du réseau. Chacune de ces étoiles appartiendra en commun à la plaque considérée, et à l'une des quatre plaques de la seconde série, recouvrant partiellement la première.

» Dans le Mémoire sous presse, je démontre qu'il est possible de rattacher, à l'aide des mesures micrométriques très précises, les quatre dernières plaques à la première. Les constantes relatives des nouvelles plaques (coordonnées des centres, orientation, valeur de l'échelle) s'obtiendront par des calculs rapides et exempts de toute difficulté. Deux étoiles communes à deux plaques de séries différentes permettent d'atteindre ce résultat, sans qu'il soit nécessaire de connaître leurs positions absolues. L'application réitérée de la même méthode permet de faire concourir à la détermination des constantes de la première plaque toutes les belles étoiles contenues dans les plaques de la première série, contiguës à ce cliché principal, soit en tout 36° carrés de la surface du ciel. Pour un troisième rattachement, comme on le verra plus loin, on a même la faculté de pouvoir facilement faire servir, pour le même but, tous les repères se trouvant dans une zone céleste de 64° carrés d'étendue.

» On disposera donc toujours pour cet objet d'un nombre plus que suffisant d'étoiles, sans avoir à descendre au-dessous de la 7e grandeur, et on aura, en outre, le grand avantage de pouvoir choisir des étoiles de repère dont les mouvements propres sont bien connus.

» Pour rendre comparable les éléments des deux plaques photographiques, il faut, s'il y a lieu, faire subir aux distances et aux coordonnées de la plaque auxiliaire plusieurs petites corrections provenant : 1° d'une variation possible du tour de vis utilisé ; 2° de l'orientation différente des deux réseaux par rapport à la direction du mouvement diurne ; 3° de l'inclinaison des plaques sur l'axe optique, si elle est notable.

» A l'aide des formules et des Tables contenues dans le Mémoire, on peut facilement appliquer ces rectifications aux coordonnées rectilignes de la plaque secondaire ; nous admettrons qu'elles ont été effectuées. Pour faciliter le calcul relatif à la transformation des coordonnées rectilignes en coordonnées équatoriales et afin d'établir des relations linéaires entre ces deux ordres de grandeur, il est, en outre, nécessaire d'ajouter aux coor-

données rectilignes quelques termes correctifs indiqués dans le Mémoire. Nous admettrons que ces rectifications aussi ont été appliquées aux coordonnées. Soient donc $(x_{,}, y_{,})$, $(x_{,,}, y_{,,})$ respectivement les coordonnées rectilignes des deux étoiles sur la première plaque; $(\xi_{,}, \eta_{,})$, $(\xi_{,,}, \eta_{,,})$ les coordonnées rectilignes des mêmes étoiles de la plaque auxiliaire; i l'orientation de la plaque principale; (A, D), (A′, D′) respectivement les coordonnées équatoriales des deux centres O, O′, $X = \frac{x_{,,} + x_{,}}{2} - \frac{\xi_{,,} + \xi_{,}}{2}$, $Y = \frac{y_{,,} + y_{,}}{2} - \frac{\eta_{,,} + \eta_{,}}{2}$. Alors on aura, en suivant la voie indiquée dans le Mémoire,

$$(A' - A)\cos D = X - Y \sin i, \qquad (D' - D) = Y - X \sin i.$$

» La simplicité de ces formules est remarquable; on peut, par un travail minime, établir les relations numériques qui lient entre elles les coordonnées équatoriales des deux centres. Les travaux principaux à exécuter ne consistent, en effet, que dans l'addition et dans la soustraction des coordonnées rectilignes données; i est une des constantes les plus essentielles du cliché principal, les facteurs considérables X et Y, à peu près égaux à 1 degré, par lesquels cet élément se trouve multiplié, conduisent à une exactitude très élevée.

» Voici maintenant l'inexactitude provoquée dans la détermination des valeurs numériques des coordonnées du rattachement X et Y; en désignant par e l'erreur de mesure dont se trouve affectée la coordonnée rectiligne d'une image quelconque, évaluée à l'aide de la vis, par ε l'erreur probable de X ou Y, par n le nombre de couples d'étoiles utilisées pour le raccordement des deux clichés, on trouve $\varepsilon = \frac{e\sqrt{5}}{\sqrt{n}}$.

» En basant le rattachement des deux plaques sur cinq couples d'étoiles, l'erreur probable de la détermination d'une des deux coordonnées sera égale à e; si l'on considère en outre qu'il n'intervient dans la détermination finale du centre de la plaque principale qu'une combinaison des erreurs des quatre centres des plaques adjacentes, on arrive à cette conclusion, que l'erreur probable du résultat est seulement $\frac{3e}{8}$, c'est-à-dire environ $\pm 0'', 026$. La faiblesse de ce nombre accuse un degré de précision qui ne laisse rien à désirer. Il faut aussi remarquer que l'erreur provenant de la valeur absolue du tour de vis n'introduira dans la recherche aucune inexactitude appréciable, si l'on a le soin, ce qui sera possible, de choisir des repères placés à peu près symétriquement par rapport au centre O.

» *Première méthode, par le rattachement successif des clichés.* — On a vu, par ce qui précède, qu'étant donné un cliché A de la première série, on

peut déterminer avec précision, relativement à ces axes pris dans le plan de ces clichés, les coordonnées des centres des quatre clichés A_1, A_2, A_3, A_4 qui recouvrent partiellement le premier. L'orientation relative de ces plaques sera également connue et toute étoile figurée sur l'une d'elles pourra être considérée comme rapportée aux axes du cliché central.

» Si, parmi ces étoiles, il s'en trouve qui soient déjà connues et cataloguées, chacune d'elles pourra être employée pour déterminer toutes les constantes du cliché A. On fera ainsi concourir à la détermination de ces quantités toutes les étoiles connues situées dans quatre clichés adjacents, c'est-à-dire dans une étendue de 16° carrés. Dans cette portion de la sphère céleste, on rencontrera une vingtaine d'étoiles au-dessus de la 8ᵉ grandeur. Les éléments dont on disposera ainsi assurent déjà, dans la recherche des coordonnées des centres, une précision bien supérieure à celle que l'on obtiendrait par l'emploi de six étoiles, choisies sur une même plaque.

» L'étendue du travail réclamé par cette méthode n'a rien d'excessif. Les deux séries destinées à la confection du Catalogue comprennent 22 054 clichés. Chacun doit être raccordé aux quatre clichés adjacents; mais, comme la liaison de deux centres, une fois réalisée, sert pour les deux plaques, le nombre réel des opérations de raccordement est seulement double du nombre total des plaques. Le travail nécessaire pour effectuer ces 44 108 raccordements ne sera jamais qu'une faible partie de celui qu'exige la réduction d'un nombre égal d'observations méridiennes.

» Mais il est à remarquer que l'on peut augmenter encore l'exactitude des résultats, sans se livrer à aucun nouveau travail de mesure. Une opération arithmétique des plus simples suffira. Admettons, en effet, qu'en suivant la voie précédemment indiquée on ait trouvé les valeurs A_c, $\mathfrak{D}_c$ pour l'ascension droite et la déclinaison absolue du centre du cliché principal : $(A_1, \mathfrak{D}_1)$, $(A_2, \mathfrak{D}_2)$, $(A_3, \mathfrak{D}_3)$, $(A_4, \mathfrak{D}_4)$ pour les coordonnées des centres des quatre clichés qui recouvrent partiellement le premier. Chacun de ces nombres repose, ainsi que nous l'avons expliqué, sur la connaissance des positions des belles étoiles contenues dans une étendue de 16° carrés. D'autre part, à l'aide du procédé exposé, les mesures micrométriques ont fait connaître avec précision les nombres $(dA_1, d\mathfrak{D}_1)$, $(dA_2, d\mathfrak{D}_2)$, $(dA_3, d\mathfrak{D}_3)$, $(dA_4, d\mathfrak{D}_4)$, que l'on doit ajouter aux coordonnées des centres des clichés auxiliaires pour obtenir les coordonnées du centre du cliché principal; il sera, dès lors, facile d'avoir quatre nouvelles déterminations des coordonnées équatoriales du centre de la plaque considérée.

» Raisonnons sur l'ascension droite. On peut adjoindre à la valeur A_c, obtenue directement, les quatre valeurs nouvelles $(A_1 + dA_1)$, $(A_2 + dA_2)$, $(A_3 + dA_3)$, $(A_4 + dA_4)$. L'une de ces valeurs, $(A_1 + dA_1)$, par exemple,

résulte de l'emploi des étoiles connues dans la zone de 16° carrés, dont l'un des clichés auxiliaires occupe le centre. La moyenne des cinq repose, par conséquent, sur les positions de toutes les étoiles connues situées dans une zone de 36° carrés. Un raisonnement identique peut être fait pour les déclinaisons. On dispose alors, pour fixer les coordonnées (A_c, $\mathcal{D}_c$), de 15 à 18 étoiles en moyenne, sans descendre au-dessous de la 7e grandeur. Admettons enfin que l'on réitère l'application du même procédé, en conservant, pour les différences dA_1, dA_2, dA_3, dA_4, les valeurs données par les mesures micrométriques; mais en adoptant, pour A_1, A_2, A_3, A_4, les nombres qui résultent de la seconde approximation. Les coordonnées du centre sont maintenant obtenues, à l'aide des étoiles disséminées sur une zone de 64° carrés. Telle est l'étendue dont on disposera pour évaluer, dans une troisième approximation, les coordonnées A_c, $\mathcal{D}_c$.

» *Seconde méthode pour les rattachements successifs des clichés.* — La méthode qui vient d'être exposée se recommande par le travail complémentaire peu important nécessité par son application. Pour atteindre le même but, on peut aussi faire usage d'un procédé qui se présente immédiatement à l'esprit, mais qui demande des calculs un peu plus longs ; ce second procédé possède, à certains égards, un avantage marqué sur la méthode qui vient d'être expliquée. On a, en effet, la faculté, par l'addition successive des coordonnées de rattachement (dA_1, $d\mathcal{D}_1$), (dA_2, $d\mathcal{D}_2$), de déterminer la position relative des deux clichés ne se touchant pas directement, et éloignés l'un de l'autre, par exemple, de 4°. Cette opération si simple étant réalisée, on pourra, pour la détermination du centre du cliché principal, profiter de toutes les étoiles peuplant une étendue de la voûte céleste qui, dans le cas donné, serait de 100° carrés. Les dernières questions qui restent, par conséquent, à élucider sont les suivantes :

» 1° Quel est le degré d'exactitude que comportent les divers rattachements successifs, effectués par l'une ou l'autre des deux méthodes proposées; 2° quelle est la valeur relative des deux méthodes; 3° quelle serait le nombre des liaisons successives à effectuer pour être sûr d'obtenir une augmentation réelle de l'exactitude dans les résultats cherchés.

» Nous choisirons pour la démonstration une des coordonnées du centre O, la déclinaison $\mathcal{D}$ par exemple.

» Soient ε l'erreur probable de la déclinaison $\mathcal{D}$ du centre après le premier rattachement résultant de l'emploi de la première méthode ; $\varepsilon_{\prime\prime}$, $\varepsilon_{\prime\prime\prime}$ respectivement les quantités analogues après le deuxième et le troisième raccordement; ε_2, ε_3 les éléments semblables, en utilisant la seconde méthode ; δ_1, δ_2, δ_3 les erreurs probables de la moyenne des déclinaisons qui respectivement ont servi dans les trois rattachements successifs. Comme on le

sait, on rencontre dans une zone de 16° carrés de 15 à 20 étoiles comprises entre la 1re et la 8e grandeur; nous supposerons qu'on en trouve 16; nous admettrons $0'',60$ pour l'erreur probable e' d'une déclinaison donnée, et, en outre, $0'',07$ pour l'erreur probable e d'une coordonnée rectiligne; ces hypothèses, si elles ne correspondent pas toujours complètement aux circonstances réelles de la pratique, sont néanmoins suffisamment approchées de la vérité. En tout état de choses, on peut, en se fondant sur ces prémisses, arriver à une appréciation judicieuse de l'exactitude des opérations des divers rattachements projetés. e et e' étant ainsi connues, on aura :

Série I.	n.	Méthode I.	n'.	Méthode II.	n''.
$d\delta_1 = 0'',150$	16,0	$\varepsilon_1 = 0'',152$	15,5	$\varepsilon_1 = 0'',152$	15,5
$d\delta_2 = 0,100$	36,0	$\varepsilon_{\prime\prime} = 0,125$	23,0	$\varepsilon_2 = 0,105$	32,6
$d\delta_3 = 0,075$	64,0	$\varepsilon_{\prime\prime\prime} = 0,109$	30,9	$\varepsilon_3 = 0,084$	51,4

» Ces chiffres répondent aux questions posées. Dans la première série on voit incrits, sous le titre n, les résultats qui désignent à la fois le nombre de degrés carrés ou de repères utilisés dans les trois raccordements successifs; $d\delta_1$, $d\delta_2$, $d\delta_3$ représentent respectivement les erreurs probables de la moyenne de 16, 36 ou 64 déclinaisons : ce sont des quantités par conséquent indépendantes de tout procédé de rattachement. Considérons maintenant les deux dernières séries. Dans la deuxième colonne figurent des nombres qui ont été obtenus par le procédé suivant :

» Étant donnée l'erreur $e' = 0'',60$ d'une coordonnée équatoriale, on a cherché le nombre de ces coordonnées dont la moyenne conduirait aux erreurs $\varepsilon_{\prime}$, $\varepsilon_{\prime\prime}$, $\varepsilon_{\prime\prime\prime}$, ε_2, ε_3, et on les a inscrits en regard. Les valeurs ainsi conclues donnent la véritable mesure de la précision de chaque rattachement. C'est ainsi que le nombre 23,0 inscrit à côté de $\varepsilon_{\prime\prime} = 0'',125$ indique que, par l'emploi de la première méthode, après le second rattachement, on arrive à une exactitude équivalente à celle procurée par 23 repères couvrant directement le cliché principal. Mais, à l'aide de ces quantités, on peut arriver à une interprétation encore plus générale.

» Nous avons, en effet, admis une étoile par degré carré; dans le second rattachement dont il est question, on a relié 13 plaques contenant les étoiles connues d'une zone de 36° carrés d'étendue, et, comme on le constate, on n'obtient que l'effet produit par 23 étoiles ou par une surface de repères de 23°. Les nombres n', n'' indiquent donc l'étendue d'une surface idéale contenant les repères qui concourent directement à la détermination des éléments des clichés, repères dont les coordonnées ne se trouvent plus par conséquent entachées d'aucune inexactitude de raccordement. Chacun des nombres n', n'' fait donc, en réalité, connaître

le bénéfice net de chaque opération de rattachement : ainsi le chiffre 51,4 de la troisième série signifie que par le troisième rattachement on dispose de tous les repères d'une surface de 51°,4 pour la recherche des constantes de la plaque centrale; d'un autre côté, il est clair que la différence entre 64° le nombre réel, et 51,4 représente le nombre des repères qui ont servi à annuler les effets des petites inexactitudes uniquement propres aux mesures micrométriques du rattachement.

» Voici maintenant les conclusions auxquelles cette étude donne lieu :

» 1° En effectuant trois raccordements successifs, il est certain que l'on gagne notablement en précision. Avec la seconde méthode, on serait même sûr d'obtenir un profit réel en exactitude par un quatrième rattachement s'étendant sur une surface de 100° de la sphère céleste. Le bénéfice serait peut-être douteux si l'on employait la première méthode pour cette dernière opération. La seconde méthode est bien plus exacte que la première, mais l'application de celle-ci est tellement commode qu'on pourrait en une année seule effectuer le travail des deux raccordements pour tous les clichés de la Carte du ciel.

» 2° Au moyen seulement de deux rattachements successifs par la seconde méthode, ou en en effectuant trois à l'aide de la première méthode, on disposera, pour la détermination des constantes de chaque cliché, environ de 15 à 20 étoiles comprises entre la 1re et la 7e grandeur.

» 3° Les éléments de la réduction seront obtenus avec une exactitude très élevée. Les conditions deviennent plus favorables, si l'on emploie pour déterminer leur valeur des étoiles séparées par une distance angulaire supérieure à l'étendue d'un seul cliché.

» 4° Il serait très facile de former dès aujourd'hui le catalogue complet des étoiles de repère réduit à l'année 1900. En effet, 12000 à 15000 repères seulement suffisent pour atteindre ce but. On choisira les étoiles supérieures à la 7e grandeur et on adoptera, parmi elles, celles qui possèdent les positions et les mouvements propres les mieux déterminés. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une généralisation des équations de la théorie des fonctions d'une variable complexe;* par M. **Émile Picard**.

« Bien des géomètres ont sans doute cherché à généraliser la théorie des fonctions d'une variable complexe. Le problème n'étant évidemment pas déterminé, on peut se placer, dans une telle tentative, à des points de

vue très différents ([1]). Le point de vue, auquel je vais ici me placer, semblera peut-être présenter quelque intérêt.

» 1. On sait que l'étude d'une fonction analytique d'une variable complexe revient à l'étude des fonctions réelles P et Q des deux variables réelles x et y, satisfaisant aux deux équations

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial Q}{\partial y}, \qquad \frac{\partial P}{\partial y} = -\frac{\partial Q}{\partial x}.$$

» Ces équations possèdent une propriété fondamentale : si P et Q, ainsi que P_1 et Q_1 représentent deux systèmes arbitraires de solutions, les fonctions P_1 et Q_1, considérées comme fonctions de P et Q, satisfont au système

$$\frac{\partial P_1}{\partial P} = \frac{\partial Q_1}{\partial Q}, \qquad \frac{\partial P_1}{\partial Q} = -\frac{\partial Q_1}{\partial P}.$$

» Il est naturel de chercher à généraliser ce résultat, en considérant les systèmes de deux équations

$$(1) \qquad \begin{cases} f\left(\dfrac{\partial P}{\partial x}, \dfrac{\partial P}{\partial y}, \dfrac{\partial Q}{\partial x}, \dfrac{\partial Q}{\partial y}\right) = 0, \\[2ex] \varphi\left(\dfrac{\partial P}{\partial x}, \dfrac{\partial P}{\partial y}, \dfrac{\partial Q}{\partial x}, \dfrac{\partial Q}{\partial y}\right) = 0, \end{cases}$$

telles que, P et Q ainsi que P_1 et Q_1 désignant deux systèmes quelconques de solutions, on ait, en considérant P_1 et Q_1 comme fonctions de P et Q,

$$(2) \qquad \begin{cases} f\left(\dfrac{\partial P_1}{\partial P}, \dfrac{\partial P_1}{\partial Q}, \dfrac{\partial Q_1}{\partial P}, \dfrac{\partial Q_1}{\partial Q}\right) = 0, \\[2ex] \varphi\left(\dfrac{\partial P_1}{\partial P}, \dfrac{\partial P_1}{\partial Q}, \dfrac{\partial Q_1}{\partial P}, \dfrac{\partial Q_1}{\partial Q}\right) = 0. \end{cases}$$

» Nous faisons de plus la supposition que les équations soient vérifiées pour $P = x$, $Q = y$. On va voir qu'on peut effectuer la recherche de toutes les équations jouissant de la propriété précédente.

([1]) Dans une Note récente (*Comptes rendus*, 5 avril 1891), j'ai examiné le cas de certaines équations où les coefficients dépendent des variables indépendantes. Dans le *Bulletin de la Société mathématique* (15 avril 1891), M. Appell a indiqué un système de quatre équations où les fonctions, qui y figurent, se trouvent satisfaire à l'équation de Laplace.

» A l'aide des relations

$$(3)\qquad \begin{cases} dP = \dfrac{\partial P}{\partial x}\,dx + \dfrac{\partial P}{\partial y}\,dy, & dP_1 = \dfrac{\partial P_1}{\partial x}\,dx + \dfrac{\partial P_1}{\partial y}\,dy, \\ dQ = \dfrac{\partial Q}{\partial x}\,dx + \dfrac{\partial Q}{\partial y}\,dy, & dQ_1 = \dfrac{\partial Q_1}{\partial x}\,dx + \dfrac{\partial Q_1}{\partial y}\,dy, \end{cases}$$

on peut, en éliminant dx et dy, exprimer dP_1 et dQ_1 en fonction de dP et dQ. Comme les coefficients de dP et dQ, dans ces dernières expressions, sont respectivement

$$\frac{\partial P_1}{\partial P}, \quad \frac{\partial P_1}{\partial Q}, \quad \frac{\partial Q_1}{\partial P}, \quad \frac{\partial Q_1}{\partial Q},$$

ces coefficients sont liés par les relations (2), c'est-à-dire par les mêmes relations qui lient les coefficients de l'une et l'autre substitution linéaire (3). On en conclut que cette substitution linéaire, effectuée sur les différentielles, *forme un groupe à deux paramètres* ([1]).

Il résulte de là aisément que les équations (1) peuvent être obtenues de la manière suivante. Soient

$$x' = ax + by,$$
$$y' = cx + dy$$

des équations définissant un *groupe continu* à deux paramètres, dont sont fonctions a, b, c, d. On posera

$$\frac{\partial P}{\partial x} = a, \qquad \frac{\partial P}{\partial y} = b, \qquad \frac{\partial Q}{\partial x} = c, \qquad \frac{\partial Q}{\partial y} = d.$$

» En éliminant les deux paramètres entre ces quatre équations, on obtiendra un système de deux équations différentielles entre P et Q, jouissant de la propriété demandée.

» On sait, d'après les méthodes de M. Lie, trouver les groupes à deux variables et à deux paramètres. La question proposée est donc résolue; je ne m'arrête pas ici à la discussion, qui donne d'ailleurs des types très simples.

» 2. Le point de vue précédent n'est pas borné au cas de deux fonctions. Considérant trois fonctions P, Q, R de trois variables x, y, z et un

---

([1]) L'expression de *groupe* a ici le sens que lui attribue M. Sophus Lie dans des travaux aujourd'hui classiques.

système de trois équations

$$(4)\qquad f_i\left(\frac{\partial P}{\partial x},\frac{\partial P}{\partial y},\frac{\partial P}{\partial z},\frac{\partial Q}{\partial x},\frac{\partial Q}{\partial y},\frac{\partial Q}{\partial z},\frac{\partial R}{\partial x},\frac{\partial R}{\partial y},\frac{\partial R}{\partial z}\right)=0\quad (i=1,2,3),$$

on peut se proposer de trouver les systèmes, tels que, P, Q, R, ainsi que P_1, Q_1, R_1, désignant deux solutions quelconques, on ait, en regardant P_1, Q_1, R_1 comme fonctions de P, Q, R,

$$f_i\left(\frac{\partial P_1}{\partial P},\frac{\partial P_1}{\partial Q},\frac{\partial P_1}{\partial R},\frac{\partial Q_1}{\partial P},\frac{\partial Q_1}{\partial Q},\frac{\partial Q_1}{\partial R},\frac{\partial R_1}{\partial P},\frac{\partial R_1}{\partial Q},\frac{\partial R_1}{\partial R}\right)=0\quad (i=1,2,3).$$

» La méthode dont nous avons plus haut fait usage trouve encore son application. Les équations

$$dP=\frac{\partial P}{\partial x}dx+\frac{\partial P}{\partial y}dy+\frac{\partial P}{\partial z}dz,$$
$$dQ=\frac{\partial Q}{\partial x}dx+\frac{\partial Q}{\partial y}dy+\frac{\partial Q}{\partial z}dz,$$
$$dR=\frac{\partial R}{\partial x}dx+\frac{\partial R}{\partial y}dy+\frac{\partial R}{\partial z}dz$$

définissent, pour les différentielles, un groupe de transformations à *six* paramètres, et l'on en conclut que, si l'on prend un *groupe* linéaire à trois variables et *six* paramètres

$$x'=ax+by+cz,$$
$$y'=a_1x+b_1y+c_1z,$$
$$z'=a_2x+b_2y+c_2z,$$

où les (a, b, c) sont fonctions des six paramètres, et qu'on pose

$$\frac{\partial P}{\partial x}=a,\qquad \frac{\partial P}{\partial y}=b,\qquad \frac{\partial P}{\partial z}=c,$$
$$\frac{\partial Q}{\partial x}=a_1,\qquad \frac{\partial Q}{\partial y}=b_1,\qquad \frac{\partial Q}{\partial z}=c_1,$$
$$\frac{\partial R}{\partial x}=a_2,\qquad \frac{\partial R}{\partial y}=b_2,\qquad \frac{\partial R}{\partial z}=c_2,$$

l'élimination des six paramètres entre ces neuf équations conduira à un système de la forme (4), jouissant de la propriété cherchée.

» 3. Les considérations précédentes se généralisent d'elles-mêmes. Pour bien fixer les idées, il a été supposé plus haut que le nombre des équations

différentielles était égal au nombre des fonctions. On peut, d'une manière plus générale, former des systèmes dans lesquels les équations seront en nombre supérieur aux fonctions. Si nous avons n fonctions de n variables, et $n+p$ relations distinctes entre les dérivées partielles du premier ordre, nous aurons à considérer les *groupes* linéaires à n^2-n-p paramètres.

» Je me borne aujourd'hui à ces remarques très générales. L'étude d'exemples particuliers exige d'assez longs calculs que je n'ai pas encore achevés. Parmi ces exemples, quelques-uns seront-ils susceptibles de présenter avec la théorie des fonctions d'une variable complexe une analogie plus étroite encore? C'est un point que je ne puis en ce moment décider, mais dont je me réserve de faire une étude approfondie. »

PHYSIQUE. — *Sur la détermination de l'équivalent mécanique de la chaleur.* Note de M. **Marcel Deprez.**

« Dans la séance du 8 juin dernier, M. Miculesco a présenté à l'Académie une Note sur un procédé de détermination de l'équivalent mécanique de la chaleur qu'il croit nouveau. Ce procédé comprend naturellement deux genres de mesures distinctes :

» 1° La mesure de la quantité de travail développé dans un temps donné;

» 2° Celle de la quantité de chaleur correspondante.

» Dans toutes les expériences faites jusqu'en ces derniers temps, la mesure du travail mécanique laissait à désirer, surtout quand ce travail était produit par une machine animée d'un mouvement de rotation. Ainsi, dans les expériences entreprises par Joule et autres savants sur la chaleur développée par l'agitation de l'eau ou du mercure, le travail mécanique était produit par la chute d'un poids, mais une partie seulement de ce travail était transformée en chaleur mesurable par le calorimètre. Il fallait faire des corrections pour tenir compte des frottements des axes qui concouraient bien aussi à la production de la chaleur, mais dans une autre partie de l'appareil que celle où se faisaient les mesures calorimétriques. La même observation s'applique aux expériences dans lesquelles M. Violle faisait tourner un disque de cuivre entre les branches d'un électro-aimant.

» Frappé de ces inconvénients, j'imaginai, vers 1880, le procédé qui est décrit dans la Communication de M. Miculesco, et qui a été depuis employé avec quelques modifications par M. d'Arsonval.

» Ce procédé, qui s'applique à une foule de recherches autres que celle

de l'équivalent mécanique de la chaleur, est basé sur les considérations suivantes. Dans toutes machines, il y a des pièces fixes et des pièces mobiles; si l'on rend mobiles les pièces fixes (mais en ne leur permettant qu'un très petit déplacement), il suffit de mesurer l'effort auquel elles sont soumises pour en conclure le travail développé par les pièces mobiles. L'exemple le plus simple que l'on puisse prendre de l'application de ce principe est précisément celui que j'ai réalisé le premier en 1881 : la machine dynamo-électrique à inducteurs mobiles montés sur couteaux. J'ai décrit publiquement cette machine pour la première fois en 1881 au Congrès international des Électriciens, dans sa séance du 19 septembre (*voir* le *Compte rendu* des travaux du Congrès publié par le Ministère des Postes et Télégraphes, p. 350) ([1]), et je signalai même le parti que l'on pouvait en tirer pour mesurer l'équivalent mécanique de la chaleur.

» Au mois de février 1882, je construisis une machine à inducteurs mobiles montés sur couteaux, qui me servit à faire une série d'expériences, dont une partie a été publiée dans le journal *La lumière électrique* (numéros du 17 juin 1882 et du 23 décembre 1882). Le 26 août de la même année, je communiquai au Congrès de l'Association française pour l'avancement des Sciences (session de la Rochelle) le projet des expériences que nous devions faire en commun, M. d'Arsonval et moi, sur l'équivalent mécanique de la chaleur et dans lequel l'organe ayant pour mission de transformer le travail en chaleur était un tube de cuivre monté sur couteaux (dispositif que j'avais d'ailleurs déjà appliqué dans mon indicateur magnétique de vitesse). La description sommaire de l'ensemble de l'appareil se trouve dans le *Compte rendu* du Congrès de 1882, page 235.

» Enfin, en 1889, je fis étudier les plans d'une machine dynamo-électrique puissante (cent cinquante chevaux), qui figura à l'Exposition de 1889 et dont les inducteurs, montés sur une suspension très mobile, analogue à celle des grosses cloches de cathédrale, étaient susceptibles d'un petit déplacement combattu par un ressort dynamométrique, qui faisait connaître à chaque instant le couple appliqué aux inducteurs et, par con-

---

([1]) Voici textuellement le passage en question : « L'orateur (M. Deprez) signale également pour la mesure du travail absorbé par les machines un dispositif qu'il a imaginé. Il consiste à rendre mobile le bâti qui porte les électro-aimants inducteurs. L'effort d'entraînement exercé par la bobine sur ce bâti mesure exactement le travail dépensé. On peut peser cet effort en maintenant en place le bâti mobile à l'aide d'un levier chargé d'un poids... »

séquent, à l'anneau. Cette machine a été décrite dans le numéro du 12 avril 1890 de *La lumière électrique*, et dans cette description je fais ressortir le côté général de ma méthode dynamométrique, qu'on peut appliquer à un grand nombre de questions de Mécanique expérimentale où les dynamomètres ordinaires ne pourraient rendre aucun service. Elle permet d'étudier séparément le travail consommé par chacun des organes d'une machine quelconque. Dans le cas d'une machine dynamo-électrique, par exemple, en suspendant les inducteurs sur couteaux et en fixant au sol les balais et les paliers de l'axe de l'anneau, on élimine d'un seul coup la mesure de toutes les forces autres que celles qui sont exclusivement électriques ou magnétiques. Cette méthode s'appliquerait facilement aux ventilateurs, aux pompes centrifuges, etc.

» Le procédé calorimétrique employé par M. Miculesco, et qu'il appelle *méthode à température constante*, a été employé dès 1860, par Hirn, dans ses expériences sur l'équivalent mécanique de la chaleur. Il est décrit à la page 106 de son *Exposition analytique et expérimentale de la Théorie mécanique de la chaleur*, édition de 1862. Dans ces dernières années, M. d'Arsonval en a fait de fréquentes applications.

» Je ferai connaître bientôt un appareil nouveau et très simple, destiné à la détermination de l'équivalent mécanique de la chaleur et qui me paraît réunir toutes les conditions désirables d'exactitude.

» En terminant, je ferai remarquer que, lorsqu'on applique mon procédé à la mesure du travail absorbé par une machine quelconque en employant un moteur électrique, il n'est pas nécessaire de placer l'arête des couteaux de suspension du bâti dans le prolongement de l'axe de rotation de l'anneau. L'ensemble de toutes les actions *internes*, motrices et résistantes, du moteur se réduisant en effet à un couple, il suffit de placer les couteaux en un point quelconque du bâti (dans le plan horizontal passant par l'axe de rotation par exemple), et de mesurer le couple d'entraînement de l'ensemble, en ayant soin de ramener chaque fois l'axe de rotation de l'anneau dans le prolongement de l'axe de rotation de la machine qui absorbe le travail produit, condition facile à remplir.

» Dans ce cas, le moteur électrique tout entier est suspendu sur des couteaux, et il est facile de démontrer que le couple d'entraînement du bâti est rigoureusement égal au couple résistant de la machine mise en mouvement, sans qu'il y ait de correction à faire pour tenir compte du travail résistant absorbé par les frottements et résistances passives de toute nature du moteur électrique. Il est bien entendu, d'ailleurs, que tout le

système doit être équilibré de façon que son centre de gravité soit situé sur l'axe des couteaux. »

BOTANIQUE. — *De la formation des feuilles des* Æsculus *et des* Pavia *et de l'ordre d'apparition de leurs premiers vaisseaux;* par M. **A. Trécul** [1].

« Par l'ordre d'apparition de leurs folioles, ces feuilles appartiennent à ce qu'en 1853 j'ai nommé la *formation basipète digitée,* c'est-à-dire que c'est la foliole médiane qui apparaît la première au sommet de la proéminence initiale un peu comprimée, qu'une foliole latérale naît ensuite de chaque côté, puis une deuxième aussi de chaque côté, et une troisième, si la feuille doit avoir sept folioles. Celles-ci sont donc formées de dedans en dehors, ou de haut en bas, ce qui revient au même dans le cas présent.

» *Pérule.* — Les écailles protectrices des bourgeons sont formées par des pétioles surmontés de folioles avortées. Leurs faisceaux représentent ceux de la gouttière fibrovasculaire dorsale du pétiole proprement dit. En février et en mars, on peut voir souvent, dans les écailles internes les plus jeunes, l'ordre de formation de leurs premiers vaisseaux. On y peut trouver d'abord un vaisseau ou un fascicule, qui monte de la tige et qui s'élève au-dessous de la foliole médiane. Un autre naît ensuite à petite distance de chaque côté, au-dessous des premières folioles latérales; puis un ou deux autres apparaissent aussi de chaque côté et successivement, suivant le nombre des folioles existantes, en sorte que les plus externes sont les plus jeunes. Ces vaisseaux ou fascicules, en s'allongeant de bas en haut, arrivent aux folioles, dans lesquelles ils entrent suivant leur ordre de naissance. Les deux vaisseaux ou fascicules les plus externes de chaque côté sont ordinairement unis à la base de l'écaille, et sont prolongés dans la tige.

Quand ces fascicules primaires ont atteint une certaine hauteur, il s'interpose entre eux des vaisseaux secondaires, qui, souvent nés libres, à petite distance de la base, s'insèrent sur la partie inférieure des primaires, et qui, parvenus près du haut de l'écaille, se bifurquent et donnent une branche au côté adjacent de chacune des folioles voisines. Ces divers fascicules longitudinaux sont çà et là reliés par des nervures obliques.

---

[1] L'Académie décide que cette Communication, bien que dépassant les limites réglementaires, sera insérée en entier.

» Près du bas des fascicules latéraux externes il est produit un, deux ou trois rameaux vasculaires qui montent dans les côtés de l'écaille. Ces rameaux vasculaires peuvent être d'abord formés de courts vaisseaux libres par les deux bouts, qui s'insèrent bientôt sur le côté basilaire des fascicules latéraux externes. Ces rameaux se subdivisent à peu près dichotomiquement, et leurs ramules plus ou moins inclinés, courbés vers les bords de l'écaille, sont unis en réseau.

» *Feuilles*. — L'accroissement des faisceaux primaires des écailles de la pérule est donc basifuge ou acrogène. Celui des faisceaux des feuilles proprement dites est bien différent dans les *Æsculus Hippocastanum* et *rubicunda*, dont je parlerai d'abord.

» Quand on étudie l'évolution des feuilles de ces deux espèces, en février et en mars, on trouve fort souvent dans ces jeunes organes, hauts de $0^{mm},80$, et même moins, à $1^{mm},50$, que leurs premiers vaisseaux apparaissent, non à la base du pétiole comme dans les écailles protectrices, mais dans la moitié inférieure de chacune des folioles. Le premier de ces vaisseaux naît dans la foliole médiane. Bientôt après il en apparaît un semblable dans les deux premières folioles latérales, et un plus tard encore dans les folioles externes, suivant l'ordre de naissance de celles-ci. Ce premier vaisseau de chacune d'elles s'allonge par en haut dans la nervure médiane, et par en bas dans le pétiole. D'abord simple, il commence à être doublé d'un autre à son lieu de naissance et seulement plus tard dans toute sa longueur. On trouve fréquemment ces premiers vaisseaux allongés à des degrés divers dans la même feuille. Le médian peut arriver à la base du pétiole, et même le dépasser de beaucoup, quand les premiers vaisseaux des folioles latérales voisines ne font que commencer à déborder dans le haut de cet organe, et même quand il n'existe pas encore de premier vaisseau dans les folioles latérales les plus externes.

» Quand toutes les folioles sont pourvues de leur premier vaisseau prolongé par en bas, le pétiole en a cinq longitudinaux, si la feuille a cinq folioles, ou sept si la feuille a sept divisions. Dans le pétiole d'une feuille ayant cinq folioles, le premier vaisseau de la première foliole latérale de gauche et de droite se courbe très souvent vers l'extérieur, près du bas de ce pétiole, et quand, un peu plus tard, le premier vaisseau de la nervure médiane de la foliole externe s'allonge, il vient s'insérer sur ce vaisseau ou fascicule courbé et ils descendent ensemble dans la tige. Quand la feuille a sept folioles, c'est le premier vaisseau ou fascicule de la *deuxième foliole latérale* qui se courbe ainsi au bas du pétiole, et c'est sur lui que va

s'insérer le premier vaisseau de la foliole externe, qui est la troisième latérale. Dans ce cas, le premier vaisseau de la première foliole latérale descend directement dans la tige, ou bien il va s'unir, au bas du pétiole, avec le vaisseau ou fascicule venu de la foliole médiane.

» Sur des coupes transversales du pétiole, ces fascicules sont disposés en arc, de manière que celui qui prolonge la nervure de la foliole médiane occupe le milieu du dos de ce pétiole; tandis que ceux qui prolongent la nervure médiane des autres folioles se rangent de chaque côté, d'arrière en avant, suivant la position respective de ces folioles.

» Après l'apparition de ces faisceaux primaires du pétiole, d'autres vaisseaux naissent sur les côtés de la nervure médiane de chaque foliole. Ils commencent au bas de celle-ci, ordinairement par un court vaisseau qui, par en haut, peut être juxtaposé à ceux de la nervure médiane, et par en bas, souvent quand il est encore libre par les deux bouts, peut s'allonger et se mettre en contact, au sommet du pétiole, avec un homologue venu du côté adjacent de la foliole contiguë. L'un de ces vaisseaux, ou tous les deux, descendant dans le milieu de l'espace qui sépare deux faisceaux primaires, il en résulte le commencement d'un fascicule secondaire qui, au bas du pétiole, s'allie à l'un ou aux deux faisceaux primaires voisins. On le trouve parfois arrêté plus haut au contact de l'un de ces deux faisceaux. D'autres fois, les vaisseaux nés aux côtés de la nervure médiane de deux folioles adjacentes ne s'unissent pas au sommet du pétiole; ils restent séparés, indépendants l'un de l'autre. Dans ce cas, au lieu d'un seul faisceau secondaire interposé, il y en a deux. Ainsi se trouve accru le nombre des faisceaux pétiolaires dorsaux-latéraux. Il est à remarquer que ces faisceaux interposés achevés sont placés ordinairement, ou très souvent, sur un plan un peu plus interne que les faisceaux primaires (*Esculus Hippocastanum*, *rubicunda*, etc.).

» L'ordre d'apparition des premiers vaisseaux des faisceaux primaires et secondaires est notablement différent dans les *Pavia macrostachya*, *lutea*, *rubra*, *californica*, etc. Il y naît bien, très fréquemment aussi, des premiers vaisseaux dans les nervures médianes des folioles avant qu'il en existe dans le pétiole, et ils s'allongent plus ou moins par en bas dans cet organe; mais il arrive ordinairement ou du moins très souvent qu'il naît au bas de celui-ci, ou même dans la tige, des vaisseaux qui montent à la rencontre de ceux qui descendent et s'unissent avec eux. Cette double origine ascendante et descendante des vaisseaux a lieu non seulement pour les faisceaux primaires, mais aussi pour les secondaires (*Pavia califor-*

nica, *rubra*, *macrostachya*, etc.). Assez souvent cette double manière de naître est à peu près simultanée en haut et en bas. Dans beaucoup de cas, c'est la partie supérieure basipète qui apparaît la première, tandis que d'autres fois c'est la partie inférieure basifuge ou ascendante qui précède la supérieure. Ce dernier état est fréquent pour les faisceaux secondaires, plus rare pour les faisceaux primaires. Un bel exemple m'en a été donné par une feuille haute de $2^{mm},50$ du *Pavia rubra*. Une foliole latérale externe n'avait encore aucun vaisseau dans sa nervure médiane, quand, au bas du pétiole, ce qui devait être le prolongement de cette nervure, en possédait un qui était inséré déjà, comme d'habitude, sur le bas courbé du vaisseau appartenant à la foliole latérale voisine. Tel est en résumé l'ordre de formation des faisceaux dorsolatéraux des pétioles des *Æsculus* et des *Pavia*.

» J'ajouterai ici incidemment que, le 31 janvier, une feuille d'*Æsculus Hippocastanum*, haute de 1^{mm}, m'a offert, outre les premiers vaisseaux débutant dans les trois folioles du milieu, un fascicule vasculaire conique, monté de la tige dans le pétiole ; il n'avait aucun rapport direct avec les vaisseaux de la nervure de la foliole médiane placée au-dessus, dont il était très éloigné. Dans une autre feuille, il y avait de plus, à petite distance dans le côté droit du pétiole, un court vaisseau situé au-dessous de la première foliole latérale de ce côté.

» Ces deux faits, en quelque sorte exceptionnels dans cet *Æsculus*, et qui vraisemblablement sont dus à la lenteur de la végétation à cette époque, ont été présentés aussi par les *Pavia californica* et *lutea*, observés en février, en mars et au commencement d'avril. En effet, il n'est pas rare de trouver un vaisseau dans leur pétiole, avant même qu'il en existe dans les folioles. La disposition des premiers vaisseaux, surtout dans le *Pavia californica*, présente des aspects assez variés, que je ne puis retracer ici. Mais quels que soient ces aspects, quand l'ébauche de tous les faisceaux est achevée, la disposition générale de ces faisceaux est toujours la même.

» Quelques-uns de ces aspects, et aussi l'accroissement ascendant de la partie inférieure des faisceaux primaires et secondaires des divers *Pavia* cités, tendent à rapprocher l'évolution des premiers vaisseaux des feuilles proprement dites de celle des vaisseaux des écailles protectrices.

» Le développement ascendant des vaisseaux de ces écailles, que j'ai décrit au commencement de cette Communication, peut être vérifié vers la fin d'avril, en mai et même actuellement, quand toutes les feuilles contenues dans le bourgeon formé l'année précédente, et qui doivent s'épa-

nouir durant le printemps, sont ébauchées; parce qu'alors débutent déjà les écailles du bourgeon dont les feuilles s'épanouiront l'année suivante.

» Pendant cet épanouissement des feuilles, la végétation s'affaiblit dans celles du sommet du rameau, de façon que souvent les dernières arrivées à la lumière n'ont que des folioles extrêmement petites. Les bases de leurs pétioles constituent les premières écailles de la pérule qui enveloppe le nouveau bourgeon jusqu'au printemps suivant.

» L'affaiblissement de la végétation continuant dans le bourgeon, dont les feuilles viennent de s'épanouir, les folioles des dernières feuilles ébauchées restent rudimentaires. La vie, en quelque sorte, les abandonne et ne se manifeste que par l'accroissement du pétiole qui s'élargit, s'épaissit notablement et verdit chez les écailles les plus externes, tandis que leur partie supérieure se détruit; cette partie supérieure reste stationnaire dans les dernières produites. C'est le ralentissement de la végétation en haut de ces organes qui fait que les vaisseaux ne s'y développent pas tout d'abord. La naissance de ceux-ci suit les progrès de la végétation; ils apparaissent de bas en haut. Au contraire, quand plus tard la végétation devient plus active dans le bourgeon, elle est plus puissante principalement dans l'extrémité supérieure des feuilles ébauchées qui, dans ce cas, accroissent surtout leurs folioles. Le développement de celles-ci l'emporte alors de beaucoup sur celui du pétiole. Dans les jeunes feuilles-écailles, c'était le pétiole qui prédominait grandement. C'est évidemment à cette plus grande activité de la végétation des jeunes folioles qu'est due la précocité de l'apparition de leurs premiers vaisseaux. Ces organes, nés d'abord dans leur nervure médiane, progressent ensuite de haut en bas. Cette direction du développement des vaisseaux n'est point, du reste, un fait particulier aux feuilles des *Æsculus :* on l'observe dans l'évolution des feuilles d'un assez grand nombre de végétaux.

» Pendant et après l'ébauche des faisceaux de la gouttière fibrovasculaire dorsale, il en naît d'autres à la face antérieure du pétiole. Ils sont situés, dans les coupes transversales, suivant la corde de l'arc fibrovasculaire. Ils ferment par conséquent ladite gouttière sur toute la longueur de l'organe. Ils sont déjà très développés dans des pétioles de 2^{mm}. J'en ai vu débuter dans un pétiole de 1^{mm} de longueur (*Æsculus Hippocastanum*). Au sommet du pétiole, chacun d'eux ne correspond pas à une foliole particulière. En les suivant de bas en haut, après avoir enlevé le tissu cortical qui les couvre, on les voit se dilater notablement sur le sommet pétiolaire, puis se diviser, et chacun donner des branches à la face antérieure de la nervure médiane de deux folioles contiguës.

» Les nervures médianes des folioles sont construites sur le même type que le pétiole. Il y a une gouttière dorsolatérale relativement profonde, formée d'un faisceau médian dorsal et de trois, quelquefois quatre faisceaux de chaque côté, laquelle gouttière est fermée par trois ou quatre faisceaux qui, un peu au-dessus de l'insertion des folioles, se fusionnent en un seul, large, symétrique des faisceaux antérieurs pétiolaires (*Æsculus Hippocastanum*).

» En outre des faisceaux dorsaux, latéraux et antérieurs du pétiole et des nervures médianes des folioles, il y a encore, dans la région centrale parenchymateuse (ou médullaire) de ces organes, un ou plusieurs faisceaux. Il y en a un dans le milieu de chaque nervure médiane des folioles, deux, trois ou quatre vers le milieu de la hauteur du pétiole de l'*Æsculus Hippocastanum;* il y en a cinq ou six en bas de cet organe, et sept ou huit près du sommet. L'*Æsculus rubicunda* en présente davantage, jusqu'à dix ou onze au sommet. Il y en a aussi dans le *Pavia rubra*. Il n'en existe pas dans le pétiole du *Pavia californica*.

» Dans les feuilles âgées de l'*Æsculus Hippocastanum*, ils ont fréquemment tous leurs vaisseaux à la périphérie, avec le liber au centre. D'autres fois, les vaisseaux ne forment qu'un cercle incomplet, ou n'occupent que deux points opposés ou un seul point de leur surface. Dans ce cas, ils sont diversement orientés. Ces faisceaux parcourent le pétiole dans toute sa longueur. Au bas de cet organe, ils s'insèrent sur des faisceaux antérieurs et sur des latéraux. J'en ai vu un s'insérant par trois branches sur trois faisceaux différents, sur deux latéraux et sur un dorsal. Dans l'*Æsculus rubicunda*, où ils sont disposés suivant une sorte de triangle ou de croissant sur des plans divers, on en trouve qui s'unissent deux à deux avant de s'insérer sur un faisceau latéral périphérique ou sur un collatéral du faisceau dorsal médian.

» En les examinant de bas en haut dans le pétiole, on en peut voir qui s'allient et se fusionnent. Il en résulte que ces faisceaux centraux sont moins nombreux vers le milieu de la hauteur du pétiole; mais vers le haut de celui-ci on en observe en voie de division. Là, près du sommet, six sont rangés suivant un arc, avec un ou deux autres sur la corde de cet arc (*Æsculus Hippocastanum*).

» Une dissection attentive montre leurs rapports avec les faisceaux périphériques et avec ceux des nervures médianes des folioles. Au sommet du pétiole, un faisceau central se bifurque vis-à-vis de chaque angle qui sépare la base de deux folioles adjacentes : une branche s'adjoint aux fais-

ceaux latéraux du bas d'une de ces folioles et l'autre branche aux faisceaux latéraux de la foliole voisine.

» En suivant de haut en bas le faisceau central si délicat de la nervure médiane de chaque foliole, on le voit ordinairement se bifurquer à son entrée dans le pétiole : une branche va s'unir à l'un des faisceaux pariétaux voisins, tandis que l'autre branche aboutit à l'un des faisceaux centraux pétiolaires. D'autres fois, les deux branches descendent dans le pétiole et s'allient chacune à un faisceau central différent; ou bien encore, après s'être reliées par un court rameau, aux périphériques du voisinage, elles se rapprochent l'une de l'autre et se fusionnent en un seul faisceau central.

» Dans la base dilatée du pétiole, les faisceaux antérieurs se rapprochent de ceux qui forment la gouttière dorsale et s'adjoignent aux primaires. Les faisceaux secondaires interposés à ceux-ci s'y ajoutent également. Il en résulte qu'il ne reste à l'insertion de la feuille qu'un nombre de faisceaux égal d'ordinaire à celui des folioles. C'est pour cela que les cicatrices laissées sur les rameaux après la chute des feuilles ne présentent la trace que de cinq ou de sept faisceaux. Quelquefois pourtant, mais bien rarement, il y en a six. Alors, avec le dorsal, il en existe trois d'un côté et deux de l'autre. Et j'ai remarqué que si cela a lieu dans des feuilles de la même paire, le nombre trois de l'une est opposé à celui de l'autre feuille, et symétriquement le nombre deux de l'une au nombre deux de l'autre. Ce qui est bien remarquable, c'est que les deux feuilles peuvent n'avoir chacune que cinq folioles (*Æsculus Hippocastanum*).

» En grandissant, chaque foliole produit des nervures pinnées de chaque côté de la nervure médiane, et à son bord, de chaque côté aussi, des dents qui présentent une particularité bien singulière. C'est que ces dents qui commencent à se montrer un peu au-dessous de l'acumen, dans des folioles hautes de $0^{mm},60$ à $0^{mm},80$, ne terminent pas les nervures pourvues de vaisseaux les plus âgées. Un peu plus tard, il en est formé plusieurs autres de bas en haut au-dessus des premières, sur les côtés de l'acumen, et d'autres de haut en bas au-dessous, sur le bord inférieur de la foliole (*Æsculus Hippocastanum*).

» Les premiers vaisseaux des nervures pinnées apparaissent dans les plus longues de celles-ci, qui sont situées dans la région moyenne la plus ample de la lame, et qui correspondent, non aux dents ébauchées les plus saillantes, mais aux plus larges. Ces dents de la région moyenne sont plus larges que les autres, parce qu'elles doivent produire un plus grand nombre de dents secondaires. Elles en donnent souvent cinq, quelquefois

six et sept, qui naissent de bas en haut sur leur côté externe, libre au bord de la lame ([1]). Les dents secondaires inférieures, qui sont les plus âgées, peuvent porter des dents de troisième ordre. Les dents primaires situées dans la région supérieure de la lame et celles qui sont au-dessous dans la région inférieure ne donnent qu'un plus petit nombre de dents secondaires, qui va en diminuant de bas en haut vers le sommet de la foliole, de haut en bas vers la base de celle-ci. Tout en bas, la lame n'est fréquemment plus dentée du tout sur une certaine longueur (*Æsculus Hippocastanum*).

» La distribution des dents a donc lieu suivant une formation mixte. Il en est de même de l'apparition des vaisseaux dans les nervures pinnées. Les premiers vaisseaux naissent dans les nervures de la région moyenne, les autres nervures en sont pourvues de bas en haut dans la partie supérieure de la lame, de haut en bas dans la partie inférieure (*Æsculus* et *Pavia* divers).

» Les rameaux vasculaires des nervures pinnées qui vont aux dents secondaires naissent régulièrement et successivement de bas en haut, les premiers de ces vaisseaux correspondant aux dents secondaires inférieures. Quand une dent secondaire porte une dent tertiaire, cette dernière a d'ordinaire son premier vaisseau inséré sur celui de la dent secondaire. Quelquefois cependant ce premier vaisseau de la dent tertiaire est inséré sur celui d'une nervure voisine appartenant au réseau vasculaire. Il y a donc un ordre d'apparition basifuge des vaisseaux dans la partie supérieure des nervures pinnées. Mais, pendant que ce développement vasculaire commence dans les premières dents secondaires, à l'intérieur de feuilles d'environ 12mm de hauteur totale, il s'en fait au-dessous un autre que je ne veux pas toutefois déclarer nettement basipète, sur la partie de chaque nervure pinnée qui est plongée dans le parenchyme de la lame. Sur le faisceau vasculaire de chacune de ces nervures, il naît, après le premier vaisseau qui va à la dent secondaire inférieure, un peu plus bas sur le même côté externe, un premier vaisseau qui s'allonge dans une nervure transverse parcourant le parenchyme interposé à deux nervures pinnées voisines. Un deuxième vaisseau transverse apparaît ensuite un peu plus bas, puis un troisième et un quatrième, etc. Ces vaisseaux, à peu près

---

([1]) Les dents primaires de la moitié supérieure des folioles de l'*Æsculus rubicunda* sont bien plus frappantes encore, parce qu'étant plus grandes elles portent des dents secondaires sur les deux côtés.

droits ou flexueux, s'étendent parfois jusqu'à la nervure pinnée voisine, mais très souvent ils s'arrêtent en chemin, se bifurquent et leurs branches s'unissent avec des vaisseaux analogues ou avec des vaisseaux venus du côté supérieur correspondant de la nervure pinnée adjacente. Il en résulte des mailles dans lesquelles, un peu plus tard, en sont formées de plus petites qui complètent le réseau vasculaire. La même production vasculaire s'opère dans tous les intervalles des nervures pinnées, de bas en haut dans la moitié supérieure de la foliole, de haut en bas dans la partie inférieure. »

PHYSIOLOGIE. — *De la glycolyse hématique apparente et réelle, et sur une méthode rapide et exacte de dosage du glycogène du sang;* par MM. R. **Lépine** et **Barral**.

« A un chien à l'inanition depuis plus d'un jour on retire du sang artériel, en observant strictement les précautions indiquées dans notre dernière Note (*Comptes rendus*, séance du 25 mai) pour la détermination du pouvoir glycolytique du sang *non* défibriné : une portion du sang tombe au sortir de l'artère dans le sulfate de soude à plus de 90° C. pour le dosage du sucre initial, et quatre autres dans quatre ballons renfermant du sable à 39° C. De ces quatre portions, une reste à cette température pendant quinze minutes, une autre trente minutes, une autre quarante-cinq minutes, et la dernière une heure. Au bout de ces temps on dose le sucre dans chacune de ces portions (en versant le sang dans le sulfate de soude à plus de 90° C.). Si l'on représente par 100 le sucre initial, on obtient, en négligeant les décimales, les chiffres suivants :

		Perte par chaque quart d'heure.
Après 15 minutes à 39° C.	88	12
» 30 » »	81	7
» 45 » »	76	5
» 1 heure »	72	4

» Si l'on procède exactement de même chez un chien bien nourri de soupe, on constate que, dans le premier quart d'heure, la perte, loin d'atteindre 12 pour 100, est à peu près nulle.

» Pour expliquer ce résultat, on pourrait supposer que le ferment glycolytique se dégage des globules blancs plus tardivement si l'animal a été bien nourri. Mais cette hypothèse, toute gratuite, n'expliquerait pas pour-

quoi il y a fréquemment dans le premier quart d'heure, non seulement absence de perte, mais augmentation sensible de sucre. Cette augmentation paraît encore plus fréquente, mais faible d'ailleurs, dans le sérum obtenu par centrifugation du sang d'un chien bien nourri de soupe, et maintenu une heure à 39° C. On sait par nos recherches (*Comptes rendus*, séance du 23 février 1891) que le ferment glycolytique, qui est contenu dans les globules blancs, fait défaut dans le sérum. Il faut donc admettre qu'il se produit du sucre dans le sang (et même dans le sérum), sans doute aux dépens de la matière glycogène, dont l'existence éventuelle dans le sang a été admise par plusieurs auteurs, et qui, d'après M. Arnaud, y serait constante.

» Pour connaître la quantité de sucre qui se produit aux dépens du glycogène hématique, il faut, par un artifice, empêcher la glycolyse. Pour cela, après l'obtention, à plus de 90°C., d'une portion de sang pour le dosage du sucre initial, on en fait tomber quatre autres dans le sable, non à 90°C., mais presque goutte à goutte à 58°C. Nous avons montré (*Comptes rendus*, séance du 19 janvier 1891) que le ferment glycolytique est détruit à 54°C. En désignant par 100 le sucre initial, on obtient les chiffres suivants :

		Gain par chaque quart d'heure.
Après 15 minutes à 58°C..........	118	18
» 30 » »	120	2
» 45 » »	120	0
» 1 heure »	120	0

» Dans un tel sang renfermant, comme on voit, une quantité assez considérable de glycogène, on l'isole facilement au moyen de la méthode de Brücke.

» Dans plusieurs cas, ayant ajouté de la salive au sang, nous n'avons pas observé que la production du sucre fût augmentée. Il semble donc que le ferment diastasique, dont l'existence dans le sang est bien connue, n'a pas besoin de l'adjonction de salive.

» En résumé, si l'on apprécie fort exactement le pouvoir glycolytique du sang d'un chien à l'inanition en soustrayant la quantité de sucre obtenue après une heure à 39°C. de la quantité initiale, il n'en est pas de même avec le sang d'un chien bien nourri de soupe : chez lui, on n'obtient de cette manière que la perte *apparente* et non la perte *réelle*. Pour avoir cette dernière, il faut ajouter à la perte apparente la quantité de sucre qui s'est produite pendant le même temps et qui est vraisemblablement égale au

gain que l'on obtient par le chauffage à 58° C. A cette dernière température, la transformation du glycogène en sucre est très prompte ; aussi, au bout d'une heure, est-on sûr de doser (à l'état de sucre) la totalité du glycogène du sang. »

MÉMOIRES LUS.

TÉLÉPHONIE. — *Sur un récepteur téléphonique de dimensions et de poids réduits, dit* bitéléphone. Note de M. E. **Mercadier**.

(Renvoi à la Section de Physique.)

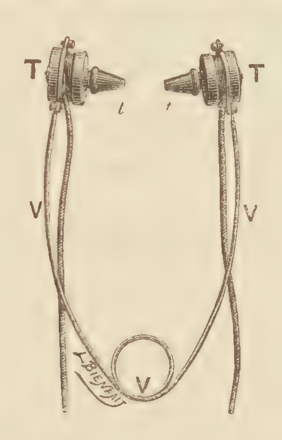
« A la suite de mes recherches sur les effets téléphoniques, notamment de celles dont les résultats ont été insérés dans les *Comptes rendus*, les 8 et 15 avril 1889, 12 et 19 janvier 1891, j'ai été conduit aux conclusions suivantes : Dans un téléphone qui doit servir de récepteur, il est possible d'obtenir à la fois la *netteté* dans la reproduction des inflexions variées de la parole articulée, et l'*intensité* nécessaire pour tous les usages du téléphone. Pour cela, il suffit : 1° de donner au diaphragme du téléphone l'épaisseur juste suffisante pour absorber toutes les lignes de force du champ de son aimant ; 2° de diminuer le diamètre jusqu'à ce que le son fondamental et les harmoniques du diaphragme encastrés soient plus aigus que ceux de la voix humaine, c'est-à-dire plus aigus que l'ut_5.

» On reconnaît, en outre, qu'en satisfaisant à ces deux conditions, on peut obtenir, avec des téléphones à champ magnétique très faible, des résultats comparables en intensité et supérieurs en netteté à ceux qu'on obtient avec des appareils à champs beaucoup plus intenses, et qui, par conséquent, ont un poids et un volume beaucoup plus considérables.

» On conçoit dès lors qu'on puisse : d'une part, prendre des aimants très petits à deux branches ou même à une seule, comme ceux des téléphones Bell primitifs, et, par suite, des bobines très petites, ce qui permet de réduire dans la proportion de 1 à $\frac{1}{4}$ le poids de cette partie du téléphone ; d'autre part, réduire, comme on l'a indiqué ci-dessus, l'épaisseur et surtout le diamètre du diaphragme, d'où résulte d'abord une diminution du volume de la boîte où il est encastré, et, secondement, par suite de la minceur de ce diaphragme, la possibilité de l'encastrer solidement, tout en remplaçant les boîtes métalliques par des boîtes en ébonite, ce qui diminue encore considérablement le poids total de l'appareil.

» Ayant eu besoin d'employer, dans certaines recherches d'électricité, des téléphones pouvant servir de galvanoscopes très sensibles, j'ai songé à utiliser les résultats précédents pour construire un téléphone très léger, pouvant rester fixé aux oreilles pendant des journées entières sans fatigue pour l'opérateur, et laissant les deux mains constamment libres.

» J'ai réalisé plusieurs types d'instruments de ce genre, en employant des téléphones à un ou à deux pôles, réunis par un ressort en fil d'acier de 2^{mm} de diamètre, V, comme l'indique la figure ci-contre qui représente, réduit au quart de sa grandeur, l'un de ces appareils auxquels j'ai donné le nom de *bitéléphones*. La boîte est en ébonite, le couvercle est terminé par



des ajutages recouverts d'embouts en caoutchouc *tt*, qui peuvent être retirés et changés à volonté (chaque opérateur ayant les siens pour son usage personnel) et qui pénètrent à l'intérieur des oreilles par suite d'une faible torsion d'arrière en avant opérée préalablement sur le ressort. Ils s'appuient ainsi sur le conduit auditif, et une légère pression du ressort V qui passe sous le menton de l'opérateur, réglée par lui en écartant plus ou moins les deux branches du V, maintient les deux téléphones contre les oreilles. Ceux-ci ne pesant que 50^{gr} (alors que les téléphones ordinaires pèsent environ 400^{gr}), et ne dépassant pas 3^{cm} à 4^{cm} de diamètre, ne produisent pas de fatigue, ni même de gêne, au bout de quelques minutes d'usage.

» Le ressort en acier peut servir à relier électriquement deux des quatre bouts des bobines, de sorte qu'il suffit de deux cordons pour relier l'instrument aux appareils pour lesquels il doit servir. Ce ressort peut d'ailleurs être aimanté et contribuer à renforcer ou à maintenir l'aimantation des

aimants des téléphones. Il peut, par suite, jouer un triple rôle : mécanique, électrique et magnétique.

» Les bitéléphones, imaginés ainsi pour un usage scientifique, ont été essayés comme récepteurs avec les microphones transmetteurs ordinaires sur des réseaux téléphoniques, notamment sur des lignes souterraines de 50^{km} à 75^{km} de longueur, sur une ligne de 800^{km}, sur la ligne récemment construite de Paris à Londres; ils ont donné de bons résultats qui les ont fait accepter parmi les appareils dont l'emploi est autorisé par l'État dans les réseaux téléphoniques.

» Cet instrument s'adapte à tous les systèmes de transmetteurs téléphoniques en usage; il peut être utilisé par les personnes, si nombreuses, qui, possédant un poste téléphonique, ont besoin, soit de prendre des notes pendant qu'elles transmettent ou reçoivent des messages téléphonés, soit même de les écrire intégralement. »

CORRESPONDANCE.

ASTRONOMIE. — *Observations de la nouvelle planète découverte à l'Observatoire de Nice, le 11 juin 1891.* Note de M. Charlois.

Dates 1891.	Temps moyen de Nice.	Ascension droite apparente.	Log. fact. parall.	Distance polaire apparente.	Log. fact. parall.
	h m s	h m s		° ′ ″	
Juin 11.....	14. 0.16	17.22.53,01	$\bar{1}$,359	113.10.55,5	0,892$_n$
12.....	10.55.26	17.22. 5,60	$\bar{1}$,100$_n$	113.11. 5,6	0,905$_n$

» La planète est de 13e grandeur. »

ASTRONOMIE. — *Observations de la nouvelle planète Charlois (1891, juin 11), faites à l'Observatoire d'Alger, au télescope de* 0^m,50; par MM. Rambaud et Sy. Communiquées par M. Mouchez.

Dates 1891.		Étoile de comparaison.	Grand.	Planète — Étoile. Ascension droite.	Planète — Étoile. Déclinaison.	Nombre de comp.	Obs.
				m s	′ ″		
Juin 12 ...	*a*	Zones d'Argel. Cat. Vienne, n° 13378	9	+0.31.19	−2. 4.6	18:10	R.
12 ...	*a*	»	»	+0.30.24	−2. 5.1	18:10	S.
13 ...	*a*	»	»	−0.24.08	−2.15.6	18:14	R.
13 ...	*a*	»	»	−0.24.36	−2.17.9	12:12	S.

Position de l'étoile de comparaison.

Étoile.	Ascension droite moyenne 1891,0.	Réduction au jour.	Déclinaison moyenne 1891,0.	Réduction au jour.	Autorités.
	h m s	s	° ′ ″	″	
a	17.21.30,52	+1,95	−23.8.53,5	−5,3	Argelander
a	»	+1,96	»	−5,3	»

Positions apparentes de la planète.

Dates 1891.	Temps moyen d'Alger.	Asc. droite apparente.	Log. fact. parall.	Déclinaison apparente.	Log. fact. parall.
	h m s	h m s			
Juin 12.......	11.21.59	17.22. 3,66	$\bar{2},908_n$	−23°.11′. 3″,4	0,882
12.......	11.41.57	17.22. 2,71	$\bar{2},558_n$	−23.11. 3,9	0,883
13.......	11.42.30	17.21.08,40	$\bar{2},413_n$	+23.11.14,4	0,884
13.......	11.50.31	17.21.08,12	$\bar{3},894_n$	−23.11.16,7	0,884

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Phénomène lumineux extraordinaire observé sur le Soleil.* Note de M. **E.-L. Trouvelot**, présentée par M. Janssen.

« Le 17 juin 1891, à $10^h 16^m$, temps moyen de Paris, je projetais l'image solaire sur un écran, quand mon attention fut éveillée par un phénomène lumineux extraordinaire, qui ne ressemblait en rien à ce que j'avais observé jusqu'alors sur le soleil.

» Tout contre le bord occidental de l'astre, on voyait une tache lumineuse sous-tendant un angle de 3° sur le limbe, qui surpassait bien loin en éclat les facules les plus brillantes que j'ai observées jusqu'ici. La lumière n'était pas blanche comme celle des facules, mais légèrement jaunâtre et avait une ressemblance frappante avec celle des lampes à incandescence, un peu avant qu'elle n'acquière son maximum d'éclat : un phénomène d'absorption sans doute, peut-être dû à l'épaisseur considérable de l'atmosphère solaire du limbe. Cette lumière avait un aspect tout particulier, qui la distinguait à première vue de celle des facules, même les plus brillantes. Son apparence était plutôt celle d'un flambeau, brillant sur le fond sombre de cette partie du Soleil, que celle d'une facule incandescente.

» Ma première impression fut que j'avais affaire à une illusion, et que la lumière solaire, passant par quelque étroite ouverture autour de l'oculaire, était la cause du phénomène ; mais je fus bien vite convaincu qu'il était solaire.

» En effet, une minute plus tard, il apparaissait, un peu au nord de cet objet, une espèce de facule étroite, parallèle au limbe, dont elle était peu distante, et s'étendant sur un arc de 5° à 6°. Cet objet, un peu moins éblouissant que le premier, émettait la même qualité de lumière. Sur le long de son bord intérieur, on distinguait quelques petits points noirs semblables à ceux que l'on voit si souvent sur le bord des facules qui sont proches du limbe.

» Après deux ou trois minutes passées à observer ces phénomènes, j'adaptai lestement le spectroscope à la lunette, et deux minutes plus tard j'observais les phénomènes qui étaient situés : le premier à 281° et le second de 286° à 292°. Le premier consistait en un centre éruptif, duquel s'échappaient des espèces de bombes volcaniques extra-incandescentes, qui s'élançaient dans les hauteurs à 2′ ou 3′ au-dessus de la chromosphère, où elles restaient comme suspendues, et apparaissaient, comme des globules éblouissants, sur le fond lumineux rougeâtre sur lequel elles étaient projetées.

» Malgré l'éclat éblouissant de cette éruption, je fus déçu dans mon attente, et il devint évident pour moi que le phénomène lumineux s'était notablement affaibli pendant les quelques minutes passées à ajuster le spectroscope. Voulant m'assurer du fait, je retirai promptement cet instrument et le remplaçai par l'oculaire, et je projetai de nouveau l'image sur l'écran. Là, où quelques minutes plus tôt étincelait une si éblouissante lumière, on ne voyait rien d'inusité, pas même la plus faible trace de facule.

» Ceci constaté, le spectroscope fut replacé en position. La protubérance avait le même éclat qu'auparavant, mais les globules étincelants étaient remplacés par des filaments nombreux et fort brillants, qui s'élevaient à une plus grande hauteur.

» Malgré le vif éclat de cette protubérance, fort peu de raies du spectre se trouvaient renversées. Outre les raies ordinaire C, D^3, F et G qui étaient toutes excessivement brillantes, on ne voyait que la raie 6676, 8, dans le rouge, le groupe petit *b* dans le vert, et une raie imparfaitement identifiée dans le bleu; peut-être 4394, 8, ou une autre raie située dans son voisinage immédiat. Sur les deux raies du sodium D^1 et D^2, on ne voyait aucun indice de renversement.

» A $10^h 24^m$, les jets lumineux les plus élevées de la protubérance atteignaient la hauteur de 5′24″. Au-dessus on distinguait une lumière diffuse sans structure bien définie. Du reste, les vapeurs lactées de notre atmosphère réduisaient l'éclat du phénomène.

» Cette protubérance causait des déplacements considérables sur la raie C et les autres raies, les déplacements se faisant par place du côté le plus réfrangible des raies, et par d'autres sur le côté le moins réfrangible. Dans la partie inférieure de la protubérance, où les déplacements atteignaient leur maximum, les déviations atteignaient 9,5 dix-millionièmes de millimètre de longueur d'onde. A mi-hauteur de la protubérance, l'un de ses filets causait une déviation un peu moindre que celle que nous venons d'énoncer.

» A midi, l'éruption est un peu moins violente, mais les jets lumineux sont encore brillants et très élevés.

» Le 18 juin, à $9^h 30^m$, l'énergie éruptive de la protubérance est encore forte, et ses jets atteignent une grande hauteur. Ils changent rapidement de forme, l'activité du phénomène augmentant et diminuant alternativement. Quand elle augmente, les jets, qui acquièrent une netteté extraordinaire, sont parallèles de leur base jusqu'à une certaine hauteur. Il semblerait qu'ils sont étirés et visqueux, comme s'ils sortaient sous forte pression d'étroites ouvertures. Après s'être élevés presque parallèlement jusqu'à une certaine hauteur, ils décrivent des courbes qui vont s'accentuant et qui, s'élevant à différentes hauteurs, retombent vers le Soleil dans toutes les directions. Quand l'activité diminue, la partie supérieure des filaments tend à se dilater et revêt, de plus en plus, l'aspect des protubérances non éruptives. A $2^h 45^m$, le calme est rétabli, et toute trace de protubérance éruptive a disparu.

» Dans la littérature solaire, nous ne voyons que les deux observations simultanées, dues à Carrington et Hodgson (*Monthly Notices R. A. S.*, vol. XX, p. 13-16), faites le 1er septembre 1859, qui semblent avoir quelque rapport avec le phénomène que nous avons observé. Simultanément, avec l'éruption observée en 1859, une forte perturbation magnétique était observée à Kew, et des aurores polaires intenses illuminaient le ciel dans la nuit qui suivit l'éruption. En a-t-il été de même pour l'éruption de 1891? »

GÉOMÉTRIE. — *Sur la détermination des surfaces spirales d'après leur élément linéaire.* Note de M. L. **Raffy**, présentée par M. Maurice Lévy.

« Aux termes d'un beau théorème, dû à M. Maurice Lévy [1], *étant donnée une spirale quelconque, il en existe une double infinité d'autres, qui sont*

---

[1] *Comptes rendus*, t. LXXXVII, p. 788.

applicables sur elle. Leur détermination dépend d'une équation que nous allons mettre sous une forme remarquable.

» On sait que tout élément linéaire de spirale peut s'écrire

$$(I)\qquad ds^2 = e^{2v}U^2(du^2 + dv^2),$$

en désignant par U une fonction de u. D'autre part, toute spirale est représentée en coordonnées semi-polaires par les formules

$$z = z_0 e^v, \qquad r = r_0 e^v, \qquad \theta = \omega_0 + kv,$$

où z_0, r_0, ω_0 sont des fonctions de u, et k une constante. En identifiant son élément linéaire avec le précédent, on trouve les trois conditions

$$z_0'^2 + r_0'^2 + \omega_0'^2 r_0^2 = U^2,$$
$$z_0 z_0' + r_0 r_0' + k\omega_0' r_0^2 = 0,$$
$$z_0^2 + (1 + k^2) r_0^2 = U^2,$$

où les accents désignent des dérivées. Ce système détermine les trois fonctions inconnues.

» Dans l'hypothèse particulière $1 + k^2 = 0$, qui ne convient qu'à des spirales imaginaires, l'élimination de z_0 et de ω_0' donne

$$(U^2 - U'^2) r_0^2 + 2UU' r_0 r_0' + U^2 U'^2 = 0,$$

équation linéaire par rapport à r_0^2. On peut donc trouver par quadratures seulement une infinité simple de spirales imaginaires applicables sur toute spirale donnée.

» Dans le cas général $1 + k^2 \neq 0$, éliminons r_0 et ω_0' entre les trois équations précédentes; il vient ainsi, tous calculs faits,

$$(1)\qquad k^2(z_0^2 + z_0'^2) = k^2 U^2 - U'^2.$$

» Telle est l'équation du problème. En la supposant intégrée, on connaît z_0, et par suite r_0; il n'y a plus qu'à effectuer une quadrature pour avoir ω_0. Or l'intégrale générale z_0 contient, outre le paramètre k, une constante arbitraire, ce qui démontre le théorème de M. Maurice Lévy.

» 2. L'équation (1), malgré sa simplicité, n'est pas de celles que l'on sait intégrer en général. Comme elle est du genre zéro par rapport à z_0 et z_0', on peut la ramener à un type étudié par divers auteurs. Posons, en effet,

$$\frac{k^2U^2 - U'^2}{k^2} = f^2(u), \qquad z_0 = \frac{tf(u)}{\sqrt{1+t^2}}, \qquad z_0' = \frac{f(u)}{\sqrt{1+t^2}};$$

nous obtiendrons pour équation transformée

$$(1') \qquad \frac{dt}{du} + (t^2+1)\left[t\,\frac{f'(u)}{f(u)} - 1\right] = 0.$$

» Or celle-ci est visiblement intégrable par une quadrature quand la dérivée logarithmique de $f(u)$ est constante. Un moyen simple de réaliser cette circonstance consiste à prendre $U = e^{mu}$. En conséquence, *quelle que soit la constante m, on peut obtenir par des quadratures toutes les spirales d'élément linéaire*

$$ds^2 = e^{2v} e^{2mu}(du^2 + dv^2).$$

» 3. Il convient de remarquer que l'équation (1) est exactement de même forme que celle dont dépendent les lignes géodésiques des spirales. Soit, en effet, $P(u, c)$ l'intégrale générale de l'équation

$$(2) \qquad P^2 + P'^2 = U^2.$$

» On sait que les géodésiques des surfaces qui admettent l'élément linéaire (I) ont pour équation finie $e^v P'_c =$ const.

» Supposons, d'autre part, qu'on ait, par un procédé quelconque, complètement déterminé les géodésiques, ce qui arrive pour diverses classes de spirales. L'équation finie de ces lignes est, d'après ce qui précède, de la forme

$$(3) \qquad F(u, e^{v_0 - v}, c) = 0,$$

v_0 et c étant les deux constantes arbitraires. Je dis qu'on en peut déduire l'intégrale générale P de l'équation (2). En effet, en différentiant l'équation (2) par rapport à c, on trouve

$$PP'_c + P'_u P''_{uc} = 0,$$

d'où l'on tire, en ayant égard à l'équation (2),

$$\frac{P}{P''_{uc}} = -\frac{P'_u}{P'_c} = -\frac{U}{\sqrt{P'^2_c + P''^2_{uc}}}.$$

» Ainsi P se déduit de P'_c *par différentiation*. Or, à cause de $e^v P'_c =$ const., nous aurons P'_c (à un facteur près, ce qui suffit) par l'équation

$$(3') \qquad F(u, P'_c, c) = 0.$$

» 4. Connaissant de la sorte, pour certaines formes déterminées de la

fonction ψ, l'intégrale générale de l'équation

$$z_0^2 + z_0'^2 = \psi^2(u),$$

si l'on voulait en déduire des cas d'intégrabilité de l'équation (1), il faudrait poser

$$k^2 U^2 - U'^2 = k^2 \psi^2(u);$$

l'équation ainsi établie serait du même type et présenterait les mêmes difficultés d'intégration que la proposée. Remarquons toutefois qu'il suffirait d'en apercevoir quelque solution.

» C'est ce qui arrive, par exemple, quand on cherche les spirales applicables sur la surface engendrée par la développée d'une chaînette tournant autour de sa base; leur élément linéaire étant

$$ds^2 = e^{2v} \cos^2 \frac{u}{2} (du^2 + dv^2),$$

on est conduit à intégrer l'équation

$$k^2 (z_0^2 + z_0'^2) = k^2 \cos^2 \frac{u}{2} - \frac{1}{4} \sin^2 \frac{u}{2},$$

qui, pour $2k = 1$, se réduit à $z_0^2 + z_0'^2 = \cos u$.

» Or, j'ai montré (p. 518 de ce Volume) que l'élément linéaire des spirales harmoniques peut, dans le cas général, être ramené à la forme

$$ds^2 = e^{2v} \left(a \cos^m \frac{2u}{m+2} - b \sin^m \frac{2u}{m+2} \right) (du^2 + dv^2).$$

Comme on sait trouver les géodésiques de toutes les surfaces harmoniques, on connaît, quels que soient a, b, m, l'intégrale générale de l'équation

$$z_0^2 + z_0'^2 = a \cos^m \frac{2u}{m+2} - b \sin^m \frac{2u}{m+2},$$

qui, pour $m = 2$, $a = b = 1$, se réduit à la proposée. On connaît donc une infinité simple de spirales applicables sur la surface considérée. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur une classe particulière de congruences de droites.* Note de M. C. GUICHARD, présentée par M. Darboux.

« Soit D une droite de la congruence; F, F' les foyers; C le milieu de FF'; II le plan mené par C perpendiculairement à D. Appelons surface médiane le lieu de C, surface centrale l'enveloppe de II. Les congruences qui

font l'objet de cette Note possèdent cette double propriété; aux développables de la congruence correspondent des courbes conjuguées sur les surfaces médiane et centrale.

» Désignons par ξ, η, ζ des quantités proportionnelles aux cosinus directeurs de D; par x, y, z les coordonnées du point C; par $x_1 y_1 z_1, x_2 y_2 z_2$ celles de F et F′; supposons toutes ces quantités exprimées à l'aide de deux variables u et v, telles que $u =$ const., $v =$ const. représentent les développables de la congruence.

» La première condition exige que ξ, η, ζ soient solution d'une équation de Laplace à invariants égaux; ces quantités étant déterminées à un facteur près, on pourra supposer que cette équation a la forme

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial u\, \partial v} = M\theta. \tag{1}$$

On aura alors

$$x_1 = x - \lambda\xi, \qquad x_2 = x - \lambda\xi,$$

$$\left\{\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial u} &= \lambda\frac{\partial \xi}{\partial u} - \xi\frac{\partial \lambda}{\partial u}, \\ \frac{\partial x}{\partial v} &= -\lambda\frac{\partial \xi}{\partial v} + \xi\frac{\partial \lambda}{\partial v}, \end{aligned}\right. \tag{2}$$

$$\frac{\partial x_1}{\partial u} = 2\lambda\frac{\partial \xi}{\partial u}, \qquad \frac{\partial x_2}{\partial u} = -2\frac{\partial \lambda}{\partial u}\xi,$$

$$\frac{\partial x_1}{\partial v} = 2\frac{\partial \lambda}{\partial v}\xi, \qquad \frac{\partial x_2}{\partial v} = -2\lambda\frac{\partial \xi}{\partial v},$$

avec les formules analogues pour y et z; λ étant une quatrième solution de l'équation (1).

» Écrivons maintenant que la seconde condition est satisfaite. Les coordonnées du plan II sont

$$\xi, \quad \eta, \quad \zeta \quad \text{et} \quad p.$$

$$p = \xi x + \eta y + \zeta z.$$

» Il faut et il suffit que p soit une solution de (1). Or on a, en tenant compte des équations (2), et en posant

$$\rho^2 = \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2,$$

$$\frac{\partial p}{\partial u} = \Sigma x\frac{\partial \xi}{\partial u} + \lambda\rho\frac{\partial \rho}{\partial u} - \rho^2\frac{\partial \lambda}{\partial u},$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial u\, \partial v} = \sum x\frac{\partial^2 \xi}{\partial u\, \partial v} + \sum\frac{\partial x}{\partial v}\frac{\partial \xi}{\partial u} + \frac{\partial}{\partial v}\left(\lambda\rho\frac{\partial \rho}{\partial u} - \rho^2\frac{\partial \lambda}{\partial u}\right).$$

» Or

$$\sum x \frac{\partial^2 \xi}{\partial u\, \partial v} = \mathrm{M} \sum x \xi = \mathrm{M} p.$$

On devra avoir

$$(3) \qquad 0 = -\lambda \sum \frac{\partial \xi}{\partial u} \frac{\partial \xi}{\partial v} + \frac{\partial \lambda}{\partial v} \rho \frac{\partial \rho}{\partial u} + \frac{\partial}{\partial u}\left(\lambda \rho \frac{\partial \rho}{\partial u} - \rho^2 \frac{\partial \lambda}{\partial u}\right).$$

» En différentiant par rapport à v l'égalité

$$\sum \xi \frac{\partial \xi}{\partial u} = \rho \frac{\partial \rho}{\partial u},$$

on aura

$$\sum \frac{\partial \xi}{\partial v} \frac{\partial \xi}{\partial u} = \rho \frac{\partial^2 \rho}{\partial u\, \partial v} + \frac{\partial \rho}{\partial u} \frac{\partial \rho}{\partial v} - \mathrm{M} \rho^2.$$

» L'équation (3) devient alors

$$0 = \lambda \mathrm{M} \rho^2 - 2\rho \frac{\partial \lambda}{\partial v} \frac{\partial \rho}{\partial u} + 2\rho \frac{\partial \lambda}{\partial u} \frac{\partial \rho}{\partial v} - \rho^2 \frac{\partial^2 \lambda}{\partial u\, \partial v},$$

ce qui se réduit à

$$(4) \qquad \frac{\partial \rho}{\partial u} \frac{\partial \lambda}{\partial v} - \frac{\partial \rho}{\partial v} \frac{\partial \lambda}{\partial u} = 0.$$

» Ainsi λ doit être une fonction de ρ. Le problème revient donc à trouver quatre solutions ξ, η, ζ et λ d'une équation de la forme (1) et telles que λ soit une fonction de $\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2$.

» Voici des solutions particulières :

» 1° λ constant; les surfaces focales se réduisent à des courbes.

» 2° ρ constant; les développables de la congruence touchent les surfaces focales suivant leurs lignes de courbure; les courbes conjuguées qu'on trouve sur la surface centrale sont des géodésiques.

» 3° $\lambda = \rho$; les surfaces médiane et centrale sont confondues; la surface commune est minima et la congruence est composée des normales à cette surface. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur certains systèmes de coordonnées sphériques et sur les systèmes triples orthogonaux correspondants.* Note de M. A. Petot, présentée par M. Darboux.

« Je me propose de montrer, dans cette Note, que la détermination des surfaces Σ, qui forment une famille de Lamé lorsqu'on les soumet à une

translation rectiligne convenable, revient à celle des systèmes sphériques orthogonaux σ, pour lesquels les paramètres différentiels q^2 et p_1^2 de l'élément linéaire de la sphère vérifient la relation

$$(1) \qquad \frac{\partial q^2}{\partial v} = \frac{\partial p_1^2}{\partial u}.$$

» Si l'on désigne par x_0, y_0, z_0 les coordonnées d'un point quelconque de la surface Σ rapportée à ses lignes de courbure (v) et (u), les équations

$$(2) \qquad x = x_0, \qquad y = y_0, \qquad z = z_0 + w$$

représentent la famille F obtenue en transportant Σ parallèlement à Oz; de plus, suivant qu'on y suppose v ou u fonction de w, elles donnent une surface qui coupe Σ dans chacune de ses positions successives suivant une de ses lignes de courbure (v) ou (u). Pour qu'il existe deux surfaces Σ' et Σ'' qui, transportées parallèlement à Oz, forment les deux familles conjuguées à F, il faut alors et il suffit que les équations

$$(3) \qquad \eta_1\, dv + b''\, dw = 0, \qquad \xi\, du + a''\, dw = 0,$$

exprimant l'orthogonalité de Σ' et Σ'' avec Σ, donnent séparément une fonction de w, la première pour v, la seconde pour u. Cela exige que $\frac{b''}{\eta_1}$ soit indépendant de u, et $\frac{a''}{\xi}$ indépendant de v. D'ailleurs ces deux conditions se ramènent à une seule

$$(4) \qquad a'' r \eta_1 + b'' r_1 \xi = 0,$$

qui exprime la propriété suivante, caractéristique des surfaces Σ :

» *Le plan P mené par chaque point M de Σ perpendiculairement à la droite qui joint les deux centres de courbure géodésique des lignes de courbure (b) et (u) en M reste parallèle à une droite fixe. Cette droite marque d'ailleurs la direction de la translation à laquelle Σ doit être soumise pour engendrer une famille de Lamé.*

» Connaissant Σ, on aura Σ' et Σ'' à l'aide de deux quadratures qui introduiront les deux paramètres de position v_1 et u_1 de ces surfaces. Pour rapporter les points de l'espace aux coordonnées u_1, v_1, w, on remplacera dans les équations (1) v et u par leurs valeurs en fonction de $v_1 - w$ et $u_1 - w$, que l'on obtiendra respectivement en faisant l'inversion des deux intégrales précédentes.

» Comme conséquence immédiate du théorème précédent, on remarque le suivant, que l'on peut rapprocher des résultats donnés récemment par M. Lucien Lévy dans le *Bulletin des Sciences mathématiques :*

» *Si une surface est une surface* Σ *relativement à trois translations rectilignes non parallèles à un même plan, cette surface est nécessairement un plan ou une sphère ; si ces translations sont parallèles à un même plan, on doit, pour avoir toutes les surfaces* Σ *correspondantes, adjoindre au plan et à la sphère tous les cylindres dont les génératrices sont perpendiculaires à ce plan.*

» Comme les expressions $\frac{b''}{\eta_1}$ et $\frac{a''}{\xi}$ sont seulement fonctions, la première de u, la seconde de v, on peut, sans changer les lignes de coordonnées, rendre ξ et η_1 égaux respectivement à a'' et b''. La relation (4) montre alors que r est égal à $-r_1$, et de là résulte la relation (1). Réciproquement, on sait que, pour une surface donnée par sa représentation sphérique, les translations ξ et η_1 vérifient chacune une équation de Laplace; si l'on tient compte des hypothèses qui caractérisent un système σ, on voit que ξ et η_1 admettent les valeurs correspondantes

$$\xi = \alpha a + \beta a' + \gamma a'', \qquad \eta_1 = \alpha b + \beta b' + \gamma b''.$$

» On vérifie, en outre, que la surface fournie par ces valeurs de ξ et η_1 est une surface Σ pour une translation rectiligne dont les cosinus directeurs sont proportionnels à α, β, γ.

» En résumé, à chaque système σ correspond un groupe de surfaces Σ; toutes ces surfaces d'un même groupe se déduisent de trois d'entre elles par composition géométrique. Réciproquement toutes les surfaces Σ peuvent être obtenues de cette manière.

» Pour le système σ formé de méridiens et de parallèles, la relation (4) est identiquement vérifiée, car a' et r_1 sont nuls; on reconnaît ainsi que toutes les surfaces moulures de Monge sont des surfaces Σ. Ce sont d'ailleurs, parmi les surfaces dont les normales sont tangentes à une développable, les seules qui jouissent de cette propriété.

» D'autre part, j'ai montré dans une Note antérieure que, de chaque solution de l'équation G relative au système conjugué formé par les lignes de courbure d'une surface, on peut déduire une solution correspondante de son adjointe G'. Ce résultat peut être énoncé de la manière suivante : *A chaque solution de l'équation* G *correspond une surface qui admet la représentation sphérique considérée. La différence* R — R' *entre les rayons de courbure principaux de cette surface est une solution* μ *de* G'; *et réciproquement.*

Il en résulte que, si l'on connaît une surface S admettant comme représentation sphérique un système σ, on obtiendra pour cette surface, à l'aide de quadratures, un groupe de solutions pour chacun des problèmes équivalents à celui de la représentation sphérique.

» Ces surfaces S sont d'ailleurs caractérisées par ce fait que, si on les rapporte à leurs lignes de courbure, les paramètres de leur élément linéaire vérifient aussi une relation de la forme (1). On en déduit, par exemple, que les quadriques et les surfaces minima à lignes de courbures planes sont des surfaces S. En d'autres termes, les systèmes sphériques composés d'ellipses sphériques homofocales, ou de cercles pour les deux familles, sont, comme il est facile de le vérifier, des systèmes σ. J'ai obtenu toutes les surfaces Σ correspondantes; l'espace me manque pour les donner ici.

» J'ai obtenu des résultats analogues aux précédents pour les surfaces qui engendrent une famille de Lamé quand on les soumet à un mouvement hélicoïdal convenable, et aussi pour les surfaces Σ_1 dont les homothétiques, prises relativement à un certain centre, forment une semblable famille. La propriété caractéristique des surfaces Σ_1 est une généralisation immédiate de celle des surfaces Σ : *Le plan* P, *qui pour* Σ *reste parallèle à une droite fixe, doit pour* Σ_1 *passer par un point fixe. Ce point est d'ailleurs le centre d'homothétie qui convient à* Σ_1.

» De là aussi la conséquence suivante : Si une surface est une surface Σ_1 relativement à trois centres d'homothétie non situés en ligne droite, cette surface est nécessairement un plan ou une sphère; si ces centres sont sur une même droite, on doit, pour avoir toutes les surfaces Σ_1 correspondantes, adjoindre au plan et à la sphère toutes les surfaces de révolution autour de cette droite. »

ÉLECTRICITÉ. — *De l'amortissement des oscillations hertziennes.* Note de M. V. **Bjerknes**, présentée par M. Poincaré.

« L'amortissement des oscillations électriques de l'excitateur de M. Hertz peut se déterminer par une méthode simple, quand on fait les deux suppositions suivantes :

» 1° Le mouvement de l'électricité dans le résonateur a un caractère assez simple pour être représenté par l'équation de mouvement d'un pendule agité par une force périodique.

» 2° L'amortissement de l'excitateur, et, par conséquent, celui de cette force périodique, est considérablement plus grand que celui du résonateur.

» Ces suppositions faites, on peut calculer l'intensité des oscillations du résonateur en fonction du rapport de sa période à celle de l'excitateur. On trouvera des indications suffisantes pour refaire ce calcul dans la Note V du récent Ouvrage de M. Poincaré : *Électricité et Optique*, II. Cette intensité est susceptible d'être mesurée, dans des unités choisies arbitrairement, par un procédé électrométrique ([1]); le rapport des périodes s'évalue de la manière connue au moyen de longueurs d'ondes. Il ne subsistera donc dans la formule qu'un paramètre essentiel : le décrément des oscillations émises par l'excitateur. J'ai déterminé cette constante avec une série de neuf résonateurs dont les périodes avaient des valeurs comprises entre 0,87 et 1,13, prenant celle de l'excitateur pour unité.

» En voici le résultat principal :

» Un excitateur, qui produisait dans des fils une longueur d'onde de 450^{cm}, avait le décrément logarithmique 0,26 : c'est-à-dire que le rapport de deux élongations dans le sens positif était égal à 0,77. Après une vingtaine d'oscillations, on peut donc considérer le mouvement comme devenu insensible, et le phénomène ne dure guère qu'un millionième de seconde.

» L'étincelle était dans ce cas de 1^{mm} à 2^{mm}; si on l'allonge, le décrément augmente ; il y a aussi d'autres dispositions expérimentales qui produisent des effets analogues. Le décrément n'est donc pas de nature bien constante.

» En gardant toujours les suppositions 1° et 2°, on arrive à une détermination de l'amortissement du résonateur quand, aux mesures indiquées plus haut, on ajoute celles de la longueur de l'étincelle secondaire, ce qui permet d'évaluer la différence de potentiel entre les pôles du résonateur. J'ai ainsi trouvé le décrément logarithmique de 0,002. Cependant, il ne faut considérer ce nombre que comme une approximation grossière, les propriétés de l'étincelle secondaire n'étant pas assez connues. Mais quoi qu'il en soit, il y a toujours là une vérification de l'hypothèse 2°.

» De l'amortissement considérable des oscillations émises par l'excitateur, on peut tirer des conclusions importantes. Si les ondes se réfléchissent pour se propager dans le sens contraire, il y aura toujours interfé-

---

([1]) H. HERTZ, *Mechanische Wirkungen electrischer Drahtwellen* (*Annales de Wiedemann*, t. XLII, p. 407).

rences entre une grande et une petite onde. Ce n'est donc plus dans l'acception ordinaire du mot qu'on peut se servir d'expressions telles que nœuds ou ventres; déjà dans le premier nœud, le mouvement surpasse un dixième de celui des ventres voisins; dans une distance de quelques longueurs d'ondes du miroir, la différence des maxima et des minima devient insensible.

» Le calcul, ou même un raisonnement très élémentaire, montre qu'un résonateur, placé dans ce champ d'ondes interférentes, prend des oscillations dont les amplitudes varient périodiquement en raison de la distance du miroir. Dans l'expression des amplitudes, il figure deux longueurs d'ondes, la première correspondant aux ondes émises de l'excitateur, la seconde à des ondes qui n'ont pas d'existence réelle, mais dont les longueurs correspondraient aux oscillations propres au résonateur. Si les décréments que nous venons de trouver sont justes, quand même ce ne serait que pour l'ordre de grandeur, le premier système de maxima et de minima sera caché complètement par le second après une dizaine d'oscillations. Si l'étincelle secondaire ne se produit qu'après ce moment, le résonateur ne nous fera observer que l'internœud correspondant au second système de maxima et de minima, et nous arriverons au phénomène connu de la résonance multiple sans avoir recours à l'hypothèse à l'aide de laquelle MM. Sarasin et de la Rive ont expliqué leur belle découverte.

» M. Poincaré le premier a proposé cette explication, en arrivant par des considérations théoriques à trouver des valeurs des amortissements semblables à celles que j'ai trouvées par la voie d'expériences. L'exposé détaillé de mes recherches paraîtra dans les *Annales de Wiedemann*. »

OPTIQUE. — *Transmission de la lumière à travers les milieux troubles.* Note de M. A. **Hurion**, présentée par M. Mascart.

« La quantité de lumière de longueur d'onde λ, transmise à travers un milieu trouble assujetti à remplir certaines conditions théoriques indiquées par lord Rayleigh, et résumées dans le *Traité d'Optique* de M. Mascart, peut être représentée par la formule $I = I_0 e^{-\frac{k}{\lambda^4}}$; I_0 désigne l'intensité initiale et k une constante dépendant de l'épaisseur traversée et du nombre d'éléments troublants que renferme l'unité de volume du milieu. On en déduit facilement la relation $\lambda^4 \log \frac{I}{I_0} = \log e = \text{const.}$

» D'autre part, quand on traite certaines liqueurs par un réactif don-

nant naissance à un précipité, on observe que, dans des conditions convenables, la masse liquide prend une teinte bleue, ce qui indique une grande diffusion des radiations de petite longueur d'onde. Pour étudier la lumière transmise à travers ces liquides, je me suis arrêté au dispositif suivant :

» La lumière émanant d'une lampe rencontre une glace sans tain inclinée à 45° sur la direction du faisceau qui tombe sur l'ensemble des prismes de Nicol, d'un spectrophotomètre de M. Crova. La lumière réfléchie par la glace transparente est renvoyée par un système de miroirs dans la direction de l'axe du spectrophotomètre. En avant des prismes de Nicol on dispose une cuve remplie de liquide transparent, et l'on cherche pour quelle position du nicol mobile les deux images ont la même intensité quand la fente oculaire du spectrophotomètre se trouve sur une raie connue du spectre. On ajoute alors le liquide troublant et l'on cherche la nouvelle position du nicol correspondant à l'égalité des images. On mesure ainsi le rapport de l'intensité de la lumière transmise I à l'intensité I_0 de la lumière incidente. Après avoir fait cette première opération, on recommence en plaçant la fente oculaire sur la raie P en ayant le soin d'étudier d'abord la lumière transmise par le milieu trouble.

» Les expériences ont porté sur l'eau troublée par l'addition de 2^{cc} d'une solution de 100 gouttes d'essence de citron dans 250^{cc} d'alcool à 95°. Les dimensions de la cuve étaient les suivantes : longueur, $0^m,10$; largeur, $0^m,5$; profondeur, $0^m,7$. Les Tableaux donnent le rapport $\frac{I}{I_0}$ mesuré, la valeur de $\lambda^4 \log \frac{I_0}{I}$, les longueurs d'onde étant évaluées en dix-millièmes de millimètre, et enfin les valeurs de $\frac{I_0}{I}$, calculées d'après la valeur moyenne de $\lambda^4 \log \frac{I_0}{I}$:

Première expérience.

Raies.	$\frac{I}{I_0}$.	$\lambda^4 \log \frac{I_0}{I}$.	Calcul.
C..............	0,705	283	0,702
D..............	0,578	287	0,580
		285	

Deuxième expérience.

Raies.	$\frac{I}{I_0}$.	$\lambda^4 \log \frac{I_0}{I}$.	Calcul.
E..............	0,464	287	0,467
D..............	0,618	252	0,615
		[illegible]	

Troisième expérience.

Raies.	$\frac{I}{I_0}$.	$\lambda^4 \log \frac{I_0}{I}$.	Calcul.
F	0,399	222	0,405
D	0,662	216	0,658
		219	

» On peut remarquer que les valeurs de $\frac{I}{I_0}$, correspondant à la raie D, sont variables d'une expression à l'autre; cela tient à ce que, lors de sa préparation, le milieu trouble se modifie assez vite, et dès lors il est difficile d'opérer toujours dans des conditions identiques.

» On a obtenu des résultats semblables en versant dans de l'eau contenant du chlorure de potassium 1^{cc} d'une solution d'azotate d'argent contenant 20^{gr} par litre :

Première expérience.

Raies.	$\frac{I}{I_0}$.	$\lambda^4 \log \frac{I_0}{I}$.	Calcul.
C	0,675	317	0,678
D	0,554	309	0,551
		313	

Deuxième expérience.

Raies.	$\frac{I}{I_0}$.	$\lambda^4 \log \frac{I_0}{I}$.	Calcul.
E	0,413	295	0,413
D	0,568	296	0,568
		295	

Troisième expérience.

Raies.	$\frac{I}{I_0}$.	$\lambda^4 \log \frac{I_0}{I}$.	Calcul.
F	0,262	327	0,255
D	0,525	334	0,532
		331	

» La loi théorique paraît donc se vérifier, dans les deux cas, au moment de la formation du précipité.

» Mais les propriétés optiques se modifient, ainsi que le montre l'étude d'un milieu trouble produit avec l'essence de citron, dans les mêmes con-

ditions que précédemment, observé quelques heures après sa préparation :

Raies.	$\frac{I}{I_0}$.	$\lambda^4 \log \frac{I_0}{I}$.	Calcul.
C.............	0,601	401	0,603
D.............	0,519	344	0,514
E.............	0,385	319	0,395
F.............	0,306	287	0,301

» Dans ce cas, on peut représenter les expériences par la formule

$$I = I_0 e^{-\left(\frac{a}{\lambda^4}+b\right)}, \qquad a = 241, \qquad b = 0,09,$$

établie en supposant qu'il y a une diffusion générale indépendante de la longueur d'onde se superposant au phénomène primitif.

» Au bout de quelques jours, on aurait

$$a = 0,045, \qquad b = 104,4;$$

le liquide trouble paraît blanc.

» Je m'occupe en ce moment d'étudier la lumière diffusée ainsi que les phénomènes de polarisation présentés par les milieux troubles, désirant appliquer les résultats à la discussion d'observations faites à l'Observatoire du Puy de Dôme sur la polarisation atmosphérique. »

ÉLECTRICITÉ. — *Sur l'électrolyse du chlorure de baryum pur ou mélangé de chlorure de sodium.* Note de **M. C. Limb**, présentée par M. Lippmann.

« J'ai fait ces expériences dans l'intention d'extraire le baryum métallique. Un creuset de grès de 500^{cc} à 600^{cc} contenait le sel. L'anode était toujours constituée par un charbon plat de 5^{cm} de largeur, plongé d'environ 8^{cm} dans l'électrolyte; une plaque de fer forgé formait généralement la cathode; elle était entourée, dans le sel fondu et à l'extérieur, d'un long vase poreux, dont le fond avait été supprimé. J'ai employé quelquefois aussi un autre charbon semblable au premier. Dans tous les cas, la cathode plongeait de 10^{cm} environ.

» Le courant était fourni par une petite dynamo, à double excitation, réglée pour maintenir entre ses bornes une différence de potentiel constante de 10 volts, quel que soit le débit. Dans ces conditions, on avait à peu près 30 ampères au début; mais au bout de *quelques minutes*, avec le

chlorure de baryum pur, le courant baissait rapidement jusqu'à 2 ou 3 ampères seulement. Il se formait donc, *par l'électrolyse*, un dépôt infusible très résistant. En agitant fortement la cathode, sans la retirer, le courant reprenait sa valeur première, et ainsi de suite ([1]). Je continuais cette manœuvre pendant deux heures environ.

» En cassant le creuset après refroidissement, je n'ai jamais pu constater la moindre quantité de métal sur la cathode en fer ou en charbon. Il était difficile d'admettre, en effet, que cet accroissement énorme de résistance fût produit par le dépôt du métal; le sel dissous dans l'eau n'était que fort peu alcalin, la neutralité s'obtenait par l'addition de quelques gouttes seulement d'acide chlorhydrique. Or, d'après la loi de Faraday, le courant moyen de 10 ampères aurait dû libérer, en deux heures,

$$0^{gr},0000105 \times 68,5 \times 10 \times 2 \times 3600 = 52^{gr}$$

environ de baryum métallique. J'ai supposé qu'il se produisait un sous-chlorure.

» J'ai remplacé alors le sel barytique pur par un mélange à parties égales, avec du chlorure de sodium, dans l'espoir d'avoir plus de fusibilité et d'empêcher peut-être cette action secondaire. Dans les mêmes conditions, l'électrolyse se produit très régulièrement, et j'ai pu continuer quelques opérations pendant quatre heures, sans agiter, en ajoutant de temps en temps une pincée du mélange. Pendant que le courant passe, comme dans le cas du sel pur, *le chlore se dégage abondamment*, en produisant une espèce d'ébullition autour de l'anode.

» Mais je n'ai pas été plus heureux pour obtenir du métal; une *seule* fois pourtant, en mettant dans l'eau les fragments de la cathode, il s'est dégagé une petite bulle d'hydrogène que j'ai enflammée. D'après la loi de Faraday, j'aurais dû préparer environ 260^{gr} de métal (pour 25 ampères) ([2]).

» Dans ce cas, comme dans le premier, le sel est peu alcalin. Le vase poreux, qui protégeait la cathode, dépassait le liquide de plus de 10^{cm} : le chlore, entraîné d'ailleurs par le fort tirage du fourneau, ne pouvait donc

---

([1]) En retirant la cathode, et la laissant un instant à l'air pour oxyder le dépôt, puis la replongeant, le courant reprenait son intensité; mais ce procédé est évidemment inapplicable.

([2]) Matthiessen opérait avec une grande *densité* de courant sur la cathode; c'est dans ces conditions qu'il a eu quelques globules de baryum.

pas se recombiner au baryum. Il était fort à supposer qu'il se formait un sous-chlorure de baryum, ou bien de sodium, peut-être une combinaison. C'est, en effet, ce que les analyses m'ont démontré. J'en ai fait trois sur les produits de différentes opérations. Voici les deux qui diffèrent le plus :

	Première analyse.	Deuxième analyse.
Poids de matière	$1^{gr},927$	$2^{gr},232$
Ba O libre....................	6,15	6,17
Cl total....................	43,29	44,37
Ba (déduction faite pour BaO)..	31,47	26,89
Na (par différence)............	19,09	22,57
	100,00	100,00

» Or, pour la première analyse, Ba et Na exigent ensemble 45,77 Cl : il en manque donc 2,48 ; pour la deuxième, Ba et Na demandent 48,78 : il manque 4,41. Il y a donc un sous-chlorure quelconque. »

CHIMIE. — *Calcul de la température d'ébullition d'un liquide quelconque sous toutes les pressions.* Note de M. G. HINRICHS.

« Ayant démontré dans une Communication précédente (même Tome, p. 998) que la loi énoncée est l'expression exacte des températures d'ébullition en fonction simple du logarithme du poids atomique, il est aisé de faire voir que la même loi s'applique aux pressions des vapeurs.

» Si l'on prend le logarithme de la pression p (en atmosphères) comme abscisse et la température t d'ébullition comme ordonnée, la courbe obtenue se confond avec la branche parabolique de la Note précédente, et est terminée au point critique. La tangente pour ce point est tracée jusqu'au zéro absolu de température où l'axe des abscisses est coupé en ζ_1. La tangente, ou bien la limite logarithmique, est la ligne droite menée du point critique (θ, π) au point du zéro absolu ($T = 0$, $\log p = \zeta_1$) de la substance considérée.

» Pour abréger, posons

(14) $$\delta = \log p - \zeta_1,$$

et nous aurons évidemment [voir la formule générale (9), p. 1000]

(15) $$Y_1 = K_1 \delta.$$

Les valeurs observées T, diminuées de cette quantité calculée Y_1, donneront les valeurs observées de Y_2 qui seront rapportées à une base rectiligne du même graphique, et formeront la courbe parabolique

(16) $$Y_2 = K_2 \Delta^2$$

où

(17) $$\Delta = \log \pi - \log p.$$

Si la courbe a été tracée à grande échelle et avec soin, il n'est pas difficile d'obtenir la valeur du paramètre K_2.

» Pour beaucoup de substances, K_2 est une constante; mais, en théorie, cette constante doit diminuer un peu quand Δ augmente,

(18) $$K_2 = a - b\Delta.$$

La courbe montrera si $b = 0$, et en tout cas fournira les valeurs de a et de b. Par des procédés de calcul assez simples, on corrigera aussi la position graphique de la tangente pour obtenir la position vraie.

» Ayant la valeur de toutes les constantes, on calculera la température absolue d'ébullition T pour chaque valeur de p observée, d'après la formule

(19) $$T = K_1 \delta + K_2 \Delta^2.$$

» J'ai déterminé les constantes pour une vingtaine de substances très volatiles; les trois ou quatre exemples que je donne ici suffiront pour démontrer que la loi générale est d'accord avec les observations.

» Il faut beaucoup de déterminations additionnelles et systématiques, sur des composés homologues, et depuis les basses pressions jusqu'au point critique. La mesure exacte de ce point est très importante.

» La détermination théorique de ces constantes sera donnée dans une autre Note, où je montrerai que la température critique est fournie, en général, par la même fonction que les points d'ébullition ordinaires; que les constantes π, K_1, K_2 sont des fonctions linéaires de θ, et du moment d'inertie des atomes, et qu'enfin la constante K_1 a une valeur égale à $5K_2$ à peu près, indépendante de l'influence de la forme atomique. Dans les mêmes conditions, les valeurs de ζ_1 seraient toutes égales, déterminant un zéro absolu de pression et de température, qui, d'après les déterminations plus récentes, doit se trouver entre $-1,2$ et $-1,3$ au lieu de $-1,4$, suivant l'énoncé.

» L'application de ma formule au cas ordinaire, où le point critique n'est pas connu, sera également considérée.

» CO; observations d'Olzewski, $\theta = -139°,5$, $\pi = 35,5$. Mes constantes $K_1 = 43°$, $K_2 = 7°,0$ et $\zeta_1 = -1,550$ donnent :

Pour p =	1.	6,3.	14,8.	20,4.	25,7.	35,5.
Les valeurs t'.	−189,6	−168,1	−155,1	−149,7	−145,7	−139,7
t observé.....	−190,0	−168,2	−155,7	−150,0	−145,3	−139,5
Erreur $t - t'$..	− 0,4	− 0,1	− 0,6	− 0,3	+ 0,4	+ 0,2

» H^3N ; observations de Regnault, de −30° à 100°; point critique 131° sous 113 atmosphères, d'après Vincent et Chappuis. On trouve

$$K_1 = 121°,76, \qquad K_2 = 20°,8 \qquad \text{et} \qquad \zeta_1 = -1,265.$$

p.	1,14.	1,83.	4,19.	8,41.	15,26.	25,63.	40,59.	61,32.	113.
t' calculé..	−29,3	−20,3	−0,7	20,1	40,8	61,1	81,0	99,7	131,0
t observé..	−30,0	−20	0	20	40	60	80	100	131
Err. $t - t'$.	− 0,7	+ 0,3	+0,7	−0,1	−0,8	−1,1	−1,0	+0,3	0,0

» Cl^2 ; observations de Knietsch. Je trouve les constantes

$$K_1 = 141°, \qquad K_2 = 30° - 2°,5\,\Delta, \qquad \zeta_1 = -1,001.$$

p.	143.	74.	1,00.	2,63.	3,66.	6,62.	8,75.	11,50.	28,40.	98,5.
T′ calculé......	203,3	231,8	238,5	263,2	272,6	293,8	302,9	312,1	353,8	419,1
T observé......	203	233	239,4	263	273	293	303	313	353	419
Erreur T − T′..	−0,3	+1,2	+0,9	−0,2	+0,4	−0,8	+0,1	+0,9	−0,8	−0,1

» H^2O. Pour l'eau, la détermination du point critique 370° et 195,5 atmosphères (Dewar) est inexacte, ou les mesures de Regnault le sont. Je trouve que les valeurs de Regnault, de 50° à 210°, indiquent, comme valeurs probables, $\theta = 360°$ et $\pi = 234$ atmosphères, donnant les constantes $K_1 = 166°,1$, $K_2 = 28°,5 - 2°\,\Delta$ et $\zeta_1 = -1,440$ avec les erreurs suivantes :

Pour t.	50.	75.	100.	125.	150.	160.	170.	180.	190.	200.	210.
Erreur $t - t'$.	−0,8	+0,3	+0,4	+0,1	−0,3	−0,3	−0,4	−0,2	−0,1	+0,1	+0,4

» La fixation exacte et expérimentale du point critique sera nécessaire pour la détermination finale de ces constantes [1]. »

---

[1] Depuis l'envoi de la Note de M. Hinrichs, le point critique et la pression correspondante pour l'eau ont été déterminés de nouveau par MM. Cailletet et Colardeau : soit 365° et $200^{atm},3$ (ce Recueil, p. 1170). M. B.

CHIMIE. — *Action de la chaleur sur les dissolutions des sels de sesquioxyde de chrome. Sels verts de chrome.* Note de M. A. Recoura.

« On sait que les dissolutions des sels normaux de sesquioxyde de chrome qui sont violettes prennent, lorsqu'on les porte à l'ébullition, une couleur verte; lorsqu'on les abandonne ensuite, elles reprennent, au bout d'un temps plus ou moins long, très variable avec la nature de l'acide du sel, leur couleur primitive. La cause de ce changement de couleur a donné lieu à de nombreuses recherches qui n'ont pas toutes conduit au même résultat.

» La plupart des chimistes [Berzélius, Lœwel (1), Fremy (2)] ont admis que, sous l'influence de la chaleur, le sel dissous éprouve *une modification isomérique qui atteint le sesquioxyde lui-même;* mais ils ne nous apprennent rien sur la nature de cette modification. Ils appuient cette hypothèse sur ce fait, que l'oxyde précipité des sels verts possède des propriétés différentes de celles de l'oxyde précipité des sels violets et que, en particulier, quand on redissout cet oxyde dans un acide, on régénère une dissolution verte, tandis que l'oxyde précipité d'une dissolution violette régénère une dissolution violette. Je ferai voir plus loin que ceci n'est pas tout à fait exact.

» Quelques autres chimistes, en particulier Schrötter (3), ont admis que le changement de couleur de la dissolution est dû à une déshydratation partielle du sel dissous. Mais cette hypothèse a été réfutée par les remarquables travaux de Lœwel.

» Enfin quelques chimistes ont émis l'hypothèse que, sous l'influence de la chaleur, le sel de chrome dissous se décompose en sel basique *soluble* vert, et en acide libre ou bien sel acide. Les uns [Krüger (4), Siewert (5)] ont fondé cette hypothèse sur ce fait, que certains réactifs, tels que l'alcool, précipitent de la dissolution verte une matière verte qui est un sel basique. Mais il est clair que cette preuve est insuffisante, car rien ne prouve que la formation du sel basique ne soit pas due à l'intervention de l'alcool. Un argument plus sérieux a été apporté par

(1) *Journal de Physique*, 3e série, t. VII, p. 321.

(2) *Comptes rendus*, t. XLVII, p. 883.

(3) *Pogg. Ann.*, t. LIII, p. 513.

(4) *Pogg. Ann.*, t. LXI, p. 218.

(5) *Ann. Chem. Pharm.*, t. CXXVI, p. 86.

Van Cleef (¹), qui, en soumettant à la dialyse une dissolution verte, a constaté que le dialyseur retient une liqueur qui renferme moins d'acide que le sel neutre, tandis que, dans l'eau du dialyseur, on trouve plus d'acide que dans le sel neutre. Cette expérience met hors de doute l'existence d'un sel basique dans les liqueurs vertes.

» On pouvait d'ailleurs l'admettre comme probable par analogie avec ce qui a lieu pour les sels de sesquioxyde de fer. Les belles recherches thermiques de M. Berthelot (²) ont montré que, sous l'influence de la chaleur, ces sels dissous se décomposent en acide libre et sel basique.

» Mais, à cause de la durée des expériences de dialyse et de l'instabilité des dissolutions vertes, les travaux de Van Cleef ne font qu'indiquer le sens du phénomène et ne permettent pas de l'analyser avec précision.

» J'ai pensé que les méthodes thermochimiques me permettraient, avec leur merveilleuse précision et leur grande rapidité, d'éclairer complètement la constitutiou de ces dissolutions instables. Elles m'ont conduit à ce résultat que la première et la troisième hypothèse sont toutes deux exactes, c'est-à-dire que les dissolutions modifiées par la chaleur sont un mélange de sel basique soluble et d'acide libre et que ces dissolutions renferment une variété particulière de sesquioxyde de chrome. Elles m'ont, en outre, dévoilé la nature, jusqu'ici inconnue, de la modification éprouvée par le sesquioxyde de chrome, en me montrant que le sesquioxyde des dissolutions vertes a une capacité de saturation par les acides différente de celle du sesquioxyde des dissolutions violettes, et elles m'ont permis de mesurer cette capacité de saturation.

» Mais j'ai voulu d'abord m'assurer par une expérience directe que les dissolutions vertes renferment de l'acide libre. A cet effet, j'ai chauffé une dissolution de sel de chrome (sulfate, chlorure) à la température de 100° au bain-marie, et j'ai constaté que les vapeurs émises par cette dissolution sont acides, tandis que le sel solide, chauffé à la même température, ne perd pas d'acide. Ainsi donc il est hors de doute que *les dissolutions vertes renferment de l'acide libre*.

» Pour mesurer la quantité d'acide libre, j'ai eu recours aux méthodes thermochimiques. Le seul sel sur lequel j'ai pu opérer est le sulfate, les autres sels, tels que le chlorure et l'azotate, revenant beaucoup trop rapidement par le refroidissement à l'état violet.

» J'opère de la façon suivante : je verse dans la liqueur verte une cer-

---

(¹) *Journ. prakt. Chem.*, 2ᵉ série, t. XXIII, p. 58.

(²) *Annales de Chimie et de Physique*, 4ᵉ série, t. XXX, 152.

taine quantité de soude et je mesure le dégagement de chaleur qui en résulte. Si ce dégagement de chaleur est exactement égal à la chaleur de neutralisation de l'acide sulfurique libre dans les mêmes conditions de dilution ($15^{Cal}, 6$ pour 1 éq. NaO), j'en conclus que la liqueur verte renfermait une quantité d'acide sulfurique *libre* au moins égale à la quantité de soude introduite dans la liqueur, et que la soude n'a point déplacé de sesquioxyde de chrome.

» Pour le vérifier, je verse ensuite dans la liqueur précédente une quantité d'acide sulfurique équivalente à la quantité de soude qui y a été introduite et je constate que l'introduction de l'acide ne produit *aucun dégagement de chaleur*, mais au contraire une légère absorption de chaleur provenant de l'action de l'acide sur le sulfate de soude formé dans l'expérience précédente ($-0^{Cal}, 1$ pour 1 éq. SO^4Na).

» On conçoit que l'on puisse ainsi arriver par quelques tâtonnements à mesurer exactement la quantité d'acide libre que renferme la liqueur verte, car la seconde mesure surtout est susceptible d'une grande précision. On trouve ainsi que *pour* 1 *équivalent de sulfate* $Cr^2O^3, 3SO^3$, *la liqueur verte renferme exactement* $\frac{1}{2}$ *équivalent d'acide sulfurique libre*. Car dès que la quantité de soude versée est légèrement supérieure à $\frac{1}{2}$ équivalent $(\frac{1}{2} + \frac{1}{20})$, en versant ensuite une quantité d'acide sulfurique équivalente à celle-là, j'obtiens un *dégagement* de chaleur ($+0^{Cal}, 3$) provenant de l'action de l'acide sulfurique sur le sesquioxyde de chrome mis en liberté par $\frac{1}{20}$ d'équivalent de soude. Cette quantité de chaleur augmente d'ailleurs à mesure que la quantité de soude versée dépasse davantage $\frac{1}{2}$ équivalent.

» J'ai répété un grand nombre de fois ces expériences sur des dissolutions dont la concentration variait du simple au sextuple (1 équivalent de sel dans 6^{lit} d'eau en moyenne), et j'ai toujours trouvé le même résultat.

» Ainsi donc on est en droit de conclure de ces expériences que, dans les limites de concentration où j'ai pu opérer, *sous l'influence de la chaleur, le sulfate de sesquioxyde de chrome dissous se dédouble* complètement *en acide sulfurique libre et sulfate basique soluble. Ce sulfate basique a une composition parfaitement déterminée*, $2Cr^2O^3, 5SO^3$. Il provient de 2 molécules de sulfate qui se cotisent en quelque sorte pour perdre 1 molécule d'acide, et *il renferme un oxyde modifié*, puisqu'il est impuissant à fixer une nouvelle quantité d'acide. Cet oxyde modifié provient de 2 molécules d'oxyde dont l'ensemble ne fixe que 5 molécules d'acide sulfurique.

» Mais j'ajouterai que ce sesquioxyde modifié ne peut exister à l'état de liberté, et que, quand on le précipite en décomposant le sulfate vert par un alcali, on le dédouble, et *l'oxyde précipité est un nouvel oxyde modifié dont*

1 *molécule ne fixe que 2 molécules d'acide sulfurique*. Ceci résulte des mesures suivantes :

Cr^2O^3 précipité du sulfate vert $+ 2SO^3HO$ diss. $= Cr^2O^3, 2SO^3$ diss. . . $+17^{cal},4$
$Cr^2O^3, 2SO^3$ diss. $+ SO^3HO$ diss . . . . $-0^{cal},4$

» L'absorption de chaleur provient de l'action de l'acide sur le sulfate de soude que renferme la liqueur. »

CHIMIE. — *Recherches sur l'osmium : acide osmiamique et osmiamates.* Note de M. **A. Joly**, présentée par M. Troost.

« En 1847, Fritzsche et Struve ([1]) ont fait connaître, sous le nom d'*acide osman-osmique* ou d'*acide osmiamique*, un composé de l'osmium renfermant de l'azote et de l'oxygène. Les sels de cet acide sont bien définis; le sel de potasse en particulier est facile à préparer, remarquable par sa stabilité et la netteté de ses cristaux. J'ai repris l'étude de ces singulières combinaisons, espérant y trouver quelque analogie de constitution avec les composés nitrosés du ruthénium que j'ai précédemment décrits.

» *Préparation de l'osmiamate de potasse.* — Le tétroxyde d'osmium cristallisé (acide osmique) est dissous dans la potasse (OsO^4 100, KOH 100, eau 50); à la liqueur maintenue vers 40°, on ajoute 40^{cc} d'ammoniaque caustique. En quelques instants, la liqueur brune se décolore et laisse déposer un précipité cristallin jaune clair d'osmiamate de potasse. Lorsque la décoloration est achevée et la liqueur refroidie, on décante, on lave le sel avec de l'eau glacée; on le dissout enfin dans l'eau bouillante; peu soluble, il cristallise par le refroidissement en beaux octaèdres quadratiques ($a'a' = 117°$, d'après les déterminations de M. Dufet).

» Les proportions ci-dessus sont celles que j'ai adoptées comme donnant un sel pur, inaltérable à l'eau bouillante et à la lumière. Il importe d'éviter un excès d'ammoniaque, qui laisserait l'osmiamate de potasse mélangé d'un sel ammoniacal facilement altérable.

» Remarquons que la dissolution du tétroxyde d'osmium dans la potasse se fait sans perte d'oxygène et que la réaction qui donne lieu à l'osmiamate de potasse n'est accompagnée d'*aucun dégagement gazeux*.

» *Composition.* — Fritzsche et Struve adoptaient pour poids atomique de l'osmium le nombre de Berzélius Os = 199,4, ce qui les conduisait à

([1]) *Bulletin de l'Académie de Saint-Pétersbourg*, t. VI, p. 81.

formuler l'osmiamate de potasse

$$Os^2O^5Az^2K^2.$$

» Cette formule n'est pas acceptable, comme l'avait déjà fait remarquer Gerhardt ([1]). Nous venons de dire en effet que la dissolution du peroxyde dans la potasse et la réaction de l'ammoniaque ne sont accompagnées d'aucun dégagement de gaz, soit d'oxygène, soit d'azote; comme, d'autre part, *l'osmiamate de potasse est le seul produit de la réaction,* nous devons écrire

$$OsO^4 + KOH + AzH^3 = OsO^3AzK + 2H^2O.$$

» Cette formule est nécessaire; doublée ($Os^2O^6Az^2K^2$), elle ne diffère de l'ancienne que par $O = 16$, soit par 8 d'oxygène pour 1 atome d'osmium. Or Seubert ([2]) a montré récemment que le poids atomique de l'osmium devait être diminué d'au moins 8 unités et l'on conçoit que la proportion des éléments autres que Os et O, et dont le dosage peut se faire avec la plus grande rigueur (azote et potasse), soit presque exactement la même quelle que soit l'une des deux formules adoptées. Comparons au contraire les deux formules avec $Os = 190$:

Ancienne formule.		Nouvelle formule.		Trouvé (Fritzche et Struve).
Os^2	66,14	Os^2	65,29	67,90
O^2	11,31	O^5	13,75	»
Az^2	4,95	Az^2	4,81	4,82
K^2O	16,60	K^2O	16,15	16,14 (moy.)

» J'ai trouvé moi-même : $K^2O = 16,21$ pour 100; $Az = 4,82$-$4,84$.

» Le dosage de l'osmium paraîtrait devoir lever tous les doutes; malheureusement, en présence des alcalis et de l'oxygène, le dosage de cet élément est fort incertain. C'est un point sur lequel je compte revenir dans la suite de ces recherches.

» Dans le cas actuel des considérations d'un autre ordre permettent de tourner la difficulté.

» Chauffé au-dessus de 200°, dans le vide, l'osmiamate de potasse subit une décomposition brusque avec dégagement d'azote. Dans la vapeur de mercure, mieux encore dans la vapeur de soufre, la presque totalité de l'azote est éliminée; ainsi, à 440°, un poids de matière égal à $2^{gr},2794$ a dégagé $83^{cc},8$ d'azote : calculé $87^{cc},1$. Mais les produits solides de la réaction diffèrent suivant la température à laquelle le sel a été porté. A 350°, le résidu est noir, cristallin, partiellement soluble dans l'eau; les réactions de la dissolution sont celles de l'osmite de potasse (OsO^4K^2) de M. Fremy ([3]). En

---

([1]) *Journal de Pharmacie*, 3e série, t. XII, p. 304.

([2]) *Liebig's Annalen,* t. CCLXI, p. 257. Je ferai remarquer que la densité de vapeur 8,88-8,89 de l'acide osmique, prise en 1859, par Deville et Debray (*Ann. Chim. et de Phys.*, 3e série, t. LVI), conduit au poids moléculaire 256 et, pour la formule OsO^4, à un poids atomique de l'osmium inférieur à 192.

([3]) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3e série, t. XII, p. 516.

épuisant par l'acide chlorhydrique concentré et bouillant, on obtient un résidu cristallin brun avec reflets jaunes, dont l'aspect est celui de l'or réduit par voie humide : c'est le bioxyde OsO^2.

» A 440°, le résidu est bleu indigo, cristallin; il ne cède rien à l'eau, ne s'attaque par l'acide chlorhydrique concentré qu'avec une extrême difficulté. Sa composition est OsO^3K et elle justifie la formule admise pour l'osmiamate, puisqu'elle n'en diffère que par perte d'azote.

» Nous devons donc admettre deux réactions extrêmes, comme représentant les modes de dédoublement de l'osmiamate par la chaleur :

$$2(OsO^3AzK) = 2Az + OsO^4K^2 + OsO^2,$$
$$OsO^3AzK = Az + OsO^3K.$$

» Au sel OsO^3K correspondrait l'acide OsO^3H et l'anhydride Os^2O^5; je poursuis l'étude de ces composés, intéressante en ce que l'oxyde Os^2O^5, analogue à l'oxyde intermédiaire de ruthénium Ru^2O^5 que nous avons fait connaître, M. Debray et moi, (*Comptes rendus*, t. CVI, p. 328), vient compléter cette belle série des composés oxygénés de l'osmium :

$$Os^2O^2,\quad Os^2O^3,\quad Os^2O^4,\quad Os^2O^5,\quad Os^2O^6,\quad Os^2O^8.$$

» Rapprochons l'acide osmiamique des composés nitrosés du ruthénium que j'ai précédemment décrits :

$$RuAzOCl^3,\quad RuAzO(OH)^3.$$

» Admettons pour un moment l'existence du composé $OsAzO(OH)^3$; son premier anhydride serait l'acide osmiamique

$$O = OsAzO - OH,$$

dont Fritzsche et Struve ont décrits les sels de potasse, de soude, d'ammoniaque et d'argent.

» La préparation facile de l'osmiamate de potasse, sa stabilité en présence de l'eau, stabilité que ne présente pas l'osmite de potasse et qui permet de le purifier aisément par cristallisation, m'ont engagé à le prendre comme point de départ d'une étude plus complète des composés oxygénés de l'osmium. »

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les zirconates alcalins.* Note de M. L. **Ouvrard**, présentée par M. Troost.

« On sait que la zircone joue le rôle d'acide faible, ainsi que pouvaient d'ailleurs le faire prévoir les analogies entre le silicium et le zirconium, mises

en évidence par M. Marignac; elle peut donc se combiner aux bases en donnant des zirconates, dont l'obtention est toutefois rendue difficile par la faible acidité de la zircone. Aussi les zirconates ont-ils été peu étudiés. On ne connaît parmi les zirconates alcalins que ceux de soude, dus à à M. Hiortdahl ([1]) et à M. Weibull.

» J'ai cherché à préparer le zirconate de lithine en faisant réagir la zircone sur le carbonate ou le chlorure de lithium en fusion.

» La zircone décompose rapidement le carbonate de lithium, avec dégagement d'acide carbonique. En opérant à la température du bec Bunsen, prolongée pendant six ou huit heures, on obtient une masse qui, traitée par l'eau bouillante, légèrement acidulée par l'acide acétique, abandonne une poudre cristalline, qui n'est autre chose que de la zircone exempte de lithine. On retrouve d'ailleurs intégralement le poids de zircone employée. Au rouge vif, le même résultat est plus rapidement atteint.

» Si l'on remplace la zircone par le zircon finement pulvérisé, le résultat est encore le même : la silice se trouve en partie à l'état floconneux quand on reprend par l'eau acidulée, et en partie dissoute, probablement à l'état de silicate de lithine soluble dans l'acide acétique très étendu, partie que l'on retrouve après évaporation à sec. On peut d'ailleurs se débarrasser facilement de la silice non dissoute par lévigation, la zircone cristallisée étant beaucoup plus dense.

» Mais si l'on remplace le carbonate de lithium par le chlorure, on obtient soit avec la zircone, soit avec le zircon, après quelques heures de chauffe au bec Bunsen et refroidissement lent, un culot qui, traité par l'eau, laisse des prismes aplatis, à extinctions longitudinales, souvent corrodés. C'est le zirconate ZrO^2, LiO; sa cristallisation est assez difficile, mais on peut cependant l'obtenir en prismes de plusieurs millimètres. Ces cristaux sont très attaquables par les acides.

» Leur analyse a donné les résultats suivants :

	Trouvé.		Calculé pour
	I.	II.	LiO, ZrO^2.
Zircone	79,86	80,48	80,26
Lithine	19,25	19,32	19,74
	99,11	99,80	100,00

([1]) *Comptes rendus*, t. LXI, p. 175 et 213.

» La zircone attaque le carbonate de soude avec un dégagement d'acide carbonique correspondant à la formation de ZrO^2, NaO ou $ZrO^2, 2NaO$, suivant la température à laquelle on opère, ainsi que l'a montré M. Hiortdahl. D'un autre côté, MM. Lévy et Bourgeois (¹) ont obtenu de la zircone cristallisée soit en cristaux quadratiques, soit en lamelles hexagonales, en attaquant la zircone ou le zircon par le carbonate de soude au rouge blanc ou au rouge vif.

» J'ai essayé d'appliquer les mêmes réactions au carbonate de potasse, et j'ai constaté que la zircone chauffée pendant quelques heures au bec Bunsen, avec un excès de carbonate de potasse, cristallise simplement au sein du fondant, pourvu que l'opération soit suffisamment prolongée. Au rouge vif, la cristallisation est seulement plus rapide : dans les deux cas, on obtient des lamelles hexagonales.

» Le zircon finement pulvérisé, chauffé avec quatre fois son poids de carbonate de potasse pendant un quart d'heure, au rouge vif, donne des cristaux tabulaires, assez développés, du silicozirconate SiO^2, ZrO^2, KO :

	Trouvé.		Calculé pour
	I.	II.	SiO^2, ZrO^2, KO.
Silice	21,18	21,56	21,74
Zircone	44,09	43,97	44,21
Potasse	34,19	34,21	34,05
	99,46	99,73	100,00

» Ce sont des prismes, en général très nets, dépolarisant énergiquement la lumière, à extinctions longitudinales, attaquables par l'acide fluorhydrique et par le bisulfate d'ammoniaque.

» Si l'on prolonge l'action pendant une heure et demie à la même température, on obtient seulement de la zircone cristallisée.

» Nous avons constaté que, dans les mêmes conditions et à la même température du rouge vif, prolongée pendant un quart d'heure seulement, le zircon donne, avec le carbonate de soude, de la zircone cristallisée, ainsi que l'ont déjà montré MM. Lévy et Bourgeois.

» Nous voyons donc que le silicate de zircone se comporte ici comme un véritable acide. Nous en aurons d'ailleurs un autre exemple dans les combinaisons avec les alcalino-terreux, que nous décrirons prochainement. »

(¹) *Comptes rendus*, t. XCIV, p. 812.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les bromoiodures de silicium.* Note de M. A. **Besson**, présentée par M. Troost.

« La théorie fait prévoir l'existence de trois bromoiodures de silicium : Si^2Br^3I, $Si^2Br^2I^2$, Si^2BrI^3 ; un seul de ces corps avait été entrevu par M. Friedel dans l'action du brome sur l'iodure de silicium.

» 1° Le silicibromoforme Si^2HBr^3, chauffé en tube scellé vers 200° à 250° en présence d'iode, fournit le bromoiodure Si^2IBr^3 par substitution d'iode à l'hydrogène avec départ d'acide iodhydrique, d'après l'équation $Si^2HBr^3 + 2I = Si^2IBr^3 + HI$; on reconnaît en même temps la présence en petite quantité de produits de substitution d'ordre plus élevé, provenant de la réaction de HI sur le bromoiodure ainsi formé.

» 2° L'acide iodhydrique sec réagit sur le bromure de Si à une température voisine du rouge et donne des produits de substitution formés en majeure partie du corps Si^2Br^3I; le rendement que l'on obtient dans cette réaction est faible;

» 3° Les trois bromoiodures se forment simultanément en même temps qu'un peu de bromure et d'iodure de silicium, en distillant sur du Si cristallisé, chauffé à une température voisine du rouge, du bromure d'iode IBr, soit tout seul, soit entraîné par un courant d'hydrogène; on recueille ainsi un magma légèrement coloré par de l'iode que l'on soumet à des fractionnements sur un peu de tournure de cuivre, ce qui permet d'obtenir des produits incolores. Cette réaction est très recommandable pour la préparation de ces corps. Si l'on dispose de bromure de Si, on peut remplacer, dans la préparation précédente, le bromure d'iode par du bromure de Si, dans lequel on dissout en abondance de l'iode qui, entraîné dans la distillation, donne de l'iodure qui réagit à l'état naissant sur le bromure. Cette réaction, qui avait échoué avec le chlorure de Si, marche très bien avec le bromure; cela tient à ce que ce dernier corps est beaucoup moins stable sous l'action de la chaleur que le chlorure.

» La séparation des bromoiodures est assez pénible, car, dans la préparation par le bromure d'iode, on se trouve en présence d'un mélange de cinq corps de plus; les derniers termes sont solides à la température ordinaire, ce qui constitue un grand embarras dans le fractionnement.

» Les bromoiodures de Si se colorent vite à l'air; en présence du gaz ammoniac sec, ils l'absorbent en donnant des corps solides blancs, décomposables par l'eau.

» Le bromoiodure Si^2Br^3I est un liquide incolore, distillant à 192°; il se solidifie sous l'action du froid en présentant un phénomène de surfusion très marqué, car on peut le refroidir au-dessous de — 20°, sans qu'il se solidifie, tandis que le solide blanc cristallin obtenu par la solidification fond à 14°.

» Voici deux analyses de ce corps :

	Poids de substance.	Si pour 100.	Poids de substance.	Ag Br I pour 100.	Pour 3 Ag Br + Ag I pour 100.	
	1,927	7,28	1,094	202,19	Br.. 60,73 I... 32,14	Σ = 92,87
	1,080	6,87	0,983	201,72	Br.. 60,59 I... 32,06	Σ = 92,65
Théorie pr Si^2Br^3I..	»	7,08	»	202,27	Br.. 60,76 I... 32,15	Σ = 92,91

» Le bromoiodure $Si^2Br^2I^2$, solide blanc, fond vers + 38°, distille de 230° à 231°.

	Poids de substance.	Si pour 100.	Ag Br I pour 100.	Pour 2 Ag Br + 2 Ag I pour 100.	
	3,193	6,16	»	»	
	0,821	»	190,01	Br... 35,93 I. 57,04	Σ = 92,97
	1,492	»	190,75	Br... 36,13 I.... 57,27	Σ = 93,40
Théorie pour $Si^2Br^2I^2$..	»	6,33	191,40	Br... 36,19 I. 57,47	Σ = 93,66

» Le bromoiodure de Si^2BrI^3 solide blanc fond vers + 53°, distille vers 255°.

	Poids de substances.	Si pour 100.	Ag Br I pour 100.	Pour Ag Br + 3 Ag I pour 100.	
	1,707	5,35	»	»	
	1,230	»	184,31	Br. 16,51 I... 78,63	Σ = 95,14
	1,344	»	183,93	Br. 16,47 I. 78,47	Σ = 94,94
Théorie pour Si^2BrI^3..	»	5,72	182,62	Br. 16,36 I. 77,91	Σ = 94,27

» Ce dernier corps est assez difficile à séparer de l'iodure de silicium, quand celui-ci se trouve en quantité notable dans la préparation.

» Je décrirai prochainement la préparation et les propriétés du phosphure de bore. »

CHIMIE. — *Sur les combinaisons cyanogénées du magnésium.* Note de M. Raoul Varet.

« La magnésie se dissout dans l'acide cyanhydrique, mais, dès que l'on veut évaporer la liqueur, l'acide cyanhydrique se dégage et la magnésie reste inaltérée comme résidu; aussi on ne connaît, comme combinaisons cyanogénées du magnésium, que celles qui résultent de l'union de ce métal avec des radicaux complexes, comme le ferro et le ferricyanogène, le platinocyanogène, etc., etc. J'ai pensé qu'il n'était pas sans intérêt de rechercher s'il n'existait pas des combinaisons stables du cyanure de magnésium avec d'autres sels, combinaisons analogues aux bromocyanures et aux iodocyanures, dérivés du cyanure de mercure, que j'ai décrits dans de précédentes Communications. Ces composés ne contiennent pas de radicaux complexes isolables. M. Berthelot a, en effet, montré que, contrairement à ce qui arrive pour le cyanure d'argent, on ne peut isoler l'acide mercurocyanhydrique, quoique la chaleur de formation du cyanure double de mercure et de potassium soit considérable.

» I. *Iodocyanure de magnésium et de mercure.* — Dans une solution concentrée de cyanure de mercure, maintenue à une température de 60° à 70°, on projette de l'iodure de magnésium par petite quantité (15gr de MgI pour 25gr de HgCy). Dans la liqueur ainsi obtenue, on dissout une nouvelle quantité de cyanure mercurique que l'on additionne, comme précédemment, d'iodure de magnésium. Le liquide, filtré et évaporé doucement au bain-marie, laisse déposer, par refroidissement, de grandes lamelles transparentes, légèrement jaunâtres, qui, séchées entre des doubles de papier, répondent à la formule

$$MgCy.HgCy.HgI.8HO.$$

» Il y a eu double décomposition entre un équivalent de MgI et un équivalent de HgCy; les produits de cette double décomposition se sont unis avec un équivalent de HgCy pour donner le corps

$$HgCy.MgCy.HgI.8HO.$$

» En effet, lorsqu'on chauffe ce sel avec précaution, il dégage de

l'acide cyanhydrique, de l'eau et il se colore en jaune; il fournit, en même temps, un sublimé d'iodure mercurique. Si l'on élève la température, il y a fusion du sel, sublimation abondante d'iodure mercurique et de mercure, puis dégagement de cyanogène et formation sur les parois du tube de protoiodure de mercure.

» Le dégagement abondant d'acide cyanhydrique et la formation d'iodure mercurique bien avant la température à laquelle le sel triple est décomposé avec formation de mercure et de cyanogène montrent que l'on a un composé plus complexe que celui qui résulterait simplement de l'union de Hg^2Cy^2 avec MgI.

» Les faits qui suivent montrent aussi la présence du cyanure de magnésium et celle de l'iodure mercurique dans cette combinaison :

» Quand on porte à l'ébullition une solution d'iodocyanure additionnée de picrate d'ammoniaque, il y a production d'une belle coloration rouge, due à la formation d'isopurpurate d'ammoniaque, ce qui indique que tout le cyanogène n'est pas combiné au mercure. J'ai, en effet, montré précédemment que, contrairement à ce qui arrive avec les cyanures de potassium, de zinc, etc., le cyanure de mercure n'engendrait pas d'isopurpurates dans ces conditions.

» De même, lorsqu'on traite l'iodocyanure de magnésium et de mercure par une solution de sulfate de cuivre, il y a précipitation de HgI et de CuCy; ce dernier se décompose en Cu^2Cy et en Cy. Cette réaction n'aurait pas lieu si tout le cyanogène était combiné au mercure, le cyanure de mercure ne faisant pas la double décomposition avec les sels oxygénés de cuivre.

» II. *Bromocyanure de magnésium et de mercure*. — Dans une solution saturée de cyanure de mercure, maintenue à une température de 50°, on verse goutte à goutte une solution concentrée de bromure de magnésium. On ajoute ainsi 15^{gr} de MgBr pour 25^{gr} de HgCy. La liqueur filtrée et évaporée doucement au bain-marie jusqu'à consistance sirupeuse laisse déposer des lamelles blanches nacrées, soyeuses, qui, séchées entre des doubles de papier, répondent à la formule

$$MgCy.HgCy.HgBr\,8HO \quad \text{ou} \quad Hg^2Cy^2.MgBr.8HO.$$

C'est un corps hygroscopique très soluble dans l'eau, altérable à l'air. Je n'ai pu établir nettement la constitution de ce corps.

» En résumé, on voit que l'action de l'iodure de magnésium sur le cyanure de mercure fournit une combinaison de cyanure de magnésium avec

l'iodocyanure de mercure; l'action du bromure de magnésium sur le cyanure de mercure fournit une combinaison du même ordre, mais il est moins facile d'y constater nettement la présence du cyanure de magnésium. »

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur l'attaque du fer par l'acide azotique à divers degrés de concentration et de température.* Note de MM. **Henry Gautier** et **Georges Charpy**, présentée par M. Henri Moissan.

« On admet généralement que l'acide azotique fumant n'attaque pas le fer et lui communique la propriété de n'être plus attaqué par l'acide de concentration moindre. En étudiant ce phénomène, nous avons pu constater que, bien qu'il ne se produise pas de dégagement gazeux au contact du fer et de l'acide concentré, le métal se dissout d'une façon continue. De plus, la complication apparente du phénomène tient à ce que la surface du fer est presque toujours recouverte d'oxyde, au moins en certains points. Nous allons donc considérer d'abord le cas du fer *parfaitement décapé* (¹).

» Si, à la température ordinaire, on place du fer dans une série d'acides, de concentrations croissantes, on voit que, lorsque la densité devient supérieure à 1,21 environ, le métal reste au contact de l'acide sans donner de dégagement gazeux. Néanmoins, l'attaque se produit; il se forme de l'azotate de fer, des traces d'ammoniaque et du peroxyde d'azote qui restent en solution. Les faits suivants permettent de constater que le métal se dissout peu à peu :

» 1° L'acide azotique, maintenu quelque temps au contact du fer, laisse déposer de l'oxyde de fer lorsqu'on le neutralise par la potasse.

» 2° Le poids d'un morceau de fer, maintenu dans l'acide de concentration suffisante pour qu'on n'ait pas de dégagement gazeux, diminue peu à peu. Les résultats que nous avons obtenus en opérant de cette façon sont résumés dans le Tableau suivant :

(¹) Ce résultat est presque impossible à obtenir avec des clous, dont la pointe et la tête contiennent toujours de l'oxyde. Toutes nos expériences ont été effectuées avec des fils de fer de 1^{mm} à 2^{mm} de diamètre.

Densités de l'acide	1,28	1,34	1,38 (¹)	1,48 (²)	1,53
Diminution de poids pour 100 en 24 heures, pendant les deux premiers jours	0,82	0,75	0,29	0,34	5,80
Diminution de poids pour 100 en 24 heures, pendant les dix premiers jours	0,59	0,45	0,25	0,33	5,75

» La force électromotrice du couple fer-platine-acide azotique diminue brusquement quand on passe d'un acide de densité inférieure à 1,21, donnant un dégagement gazeux, à un acide de densité supérieure à 1,21, ne donnant plus d'attaque apparente; mais, dans ce dernier cas, elle est égale à environ $0^{volt},15$ et correspond bien à une attaque, car on obtient, dans des circuits de résistances différentes, des intensités différentes.

» *Le fer est donc toujours attaqué par l'acide azotique, quelle que soit sa concentration.*

» La température influe beaucoup sur le phénomène en déplaçant la limite à partir de laquelle l'attaque se produit sans dégagement gazeux. A la température de 15°, on aura l'attaque lente pour tout acide de densité supérieure à 1,21; à 60° ce ne sera que pour l'acide de densité supérieure à 1,38 (acide ordinaire du commerce). Si donc on chauffe du fer placé dans l'acide azotique ordinaire ($d = 1,38$), on voit le dégagement de gaz se produire à partir de 60°, et la réaction s'accélère alors d'elle-même; mais on peut arrêter l'attaque en refroidissant, soit au moyen d'un mélange réfrigérant, soit en projetant le fer dans de l'acide froid.

» Supposons maintenant qu'on emploie du fer partiellement oxydé, et ce sera le cas toutes les fois que l'on ne prendra pas des précautions spéciales pour éliminer l'oxyde. Au contact de l'acide azotique, l'oxyde va se dissoudre, déterminer une élévation de température, et l'on pourra, par suite, observer l'attaque avec dégagement gazeux dans des acides trop concentrés pour donner le même résultat avec le fer pur. Il est facile de faire voir que l'attaque rapide du fer dans ces conditions est due à l'élévation de température produite par la dissolution de l'oxyde. Si l'on place un morceau de fer partiellement oxydé dans une grande masse d'acide, et si l'on agite constamment pour éviter toute élévation locale de température, l'oxyde

(¹) Acide vulgairement appelé *quadrihydraté*.

(²) Acide fumant.

se dissout peu à peu, et, lorsque la surface du métal est parfaitement brillante, on n'observe plus aucun dégagement gazeux en abandonnant le liquide au repos. On obtient le même résultat si l'on réduit l'oxyde en reliant le métal au pôle négatif d'une pile dont le pôle positif communique avec une lame de platine, et plongeant le tout dans l'acide azotique [1].

» Le fait que le fer est attaqué d'une façon continue, quoique très lentement, dans l'acide de densité supérieure à 1,21, suffit à faire rejeter l'hypothèse d'une couche gazeuse ou d'une couche d'oxyde produisant la passivité du fer partiellement oxydé, après contact avec l'acide fumant. Cet acide intervient seulement pour modifier l'oxyde et le rendre inattaquable. Il est difficile de déterminer exactement la nature de cette modification; nous croyons qu'elle consiste en une déshydratation; si l'on touche le fer ainsi rendu passif, avec un métal attaquable, la partie superficielle de l'oxyde qui a été déshydratée est réduite par l'hydrogène, et l'on se retrouve dans les conditions initiales. Au lieu de mettre les clous rouillés en contact avec l'acide fumant, on peut déshydrater l'oxyde en les chauffant quelque temps à 140°. L'acide ordinaire ne produit plus alors, à leur contact, de dégagement gazeux; mais l'attaque se déclare au contact d'un métal attaquable, au bout d'un temps d'autant plus long que le fer a été maintenu plus longtemps à 140°.

» En résumé, l'acide azotique attaque le fer, quelle que soit sa concentration; mais l'attaque peut se faire suivant deux modes différents : l'un rapide et accompagné d'un dégagement gazeux, l'autre lent et sans dégagement de gaz. L'existence de ces deux modes d'attaque rend compte très simplement du phénomène appelé *passivité du fer*, qui correspond à une attaque lente sans dégagement gazeux et non à une absence d'attaque, comme on le croyait jusqu'à présent. »

---

[1] Il est à remarquer que la passivité du fer s'obtient aussi quand on le met en communication avec le pôle positif. Il peut alors se présenter deux cas différents :

1° Si la force électromotrice est supérieure à 1 volt, le fer se recouvre d'oxyde ferroso-ferrique inattaquable et toute action cesse quand on arrête le courant;

2° Si la force électromotrice est très faible, il ne se forme plus d'oxyde, mais de l'azotate qui se dissout à mesure qu'il se produit. L'oxyde préexistant sur le fer disparaît ainsi peu à peu, et, lorsqu'il n'en existe plus, le fer présente l'état passif. C'est ce phénomène qui se produit quand on plonge dans l'acide azotique une tige de fer en contact avec un morceau de platine ou d'un corps fortement électropositif (charbon, antimoine).

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action du benzylate de soude sur l'éther camphocarbonique*. Note de M. J. **Minguin**, présentée par M. Friedel.

« M. Haller et moi avons montré ([1]) que l'alcool éthylique se soude intégralement à l'éther camphocarbonique pour former l'hydroxycamphocarbonate neutre d'éthyle, quand on traite cet éther en tubes scellés par de l'éthylate de sodium :

$$C^8H^{14}\left\langle\begin{array}{l}CH-CO^2C^2H^5\\ |\\ CO\end{array}\right. + C^2H^5OH = C^8H^{14}\left\langle\begin{array}{l}CH^2CO^2C^2H^5\\ CO^2C^2H^5\end{array}\right. .$$

» Dans le même ordre d'idées, j'ai essayé l'action du benzylate de soude sur le même corps.

» On a introduit dans chaque tube 10^{gr} d'éther camphocarbonique, 20^{cc} à 30^{cc} d'alcool benzylique tenant en dissolution $0^{gr},5$ de sodium. On a chauffé pendant vingt-quatre heures à une température de 150°.

» Le contenu des tubes, formant une masse pâteuse, se résout en une huile dans le traitement par l'eau. On reprend par l'éther. Soumise à l'évaporation, la solution éthérée abandonne une huile qu'on distille. L'alcool benzylique passe d'abord ; vient ensuite un liquide visqueux distillant entre 260°-290° sous une pression de 1^{cm} de mercure.

» L'analyse de ce corps permet de lui assigner la formule

$$C^8H^{14}\left\langle\begin{array}{l}CH^2CO^2C^7H^7\\ CO^2C^7H^7\end{array}\right. ;$$

c'est de l'hydroxycamphocarbonate de benzyle neutre

$$C^8H^{14}\left\langle\begin{array}{l}CH-CO^2C^2H^5\\ |\\ CO\end{array}\right. + 2(C^7H^7OH) = C^8H^{14}\left\langle\begin{array}{l}CH^2CO^2C^7H^7\\ CO^2C^7H^7\end{array}\right. + C^2H^6O.$$

» On aurait pu s'attendre à la formation d'un éther mixte; mais l'alcool benzylique a déplacé l'alcool éthylique.

» Le rendement a été de 30^{gr} environ pour 40^{gr} d'éther employé.

» La saponification en tubes scellés par de la potasse alcoolique donne de l'acide hydroxycamphocarbonique et de l'alcool benzylique.

([1]) *Comptes rendus*, t. CX, p. 410.

» Son pouvoir rotatoire a été pris dans l'alcool : $1^{gr},97$ dans 20^{cc}; tube de 10^{cm}, $\alpha = +3^{o},5$,

$$\alpha_{D} = +35^{o},5.$$

» Les eaux de lavage provenant de la préparation de cet éther, neutralisées par un acide, donnent une huile qui passe à la distillation entre 250°-275°, sous une pression de 1^{cm} de mercure. Cet acide est excessivement visqueux à la température ordinaire; saponifié, il donne naissance à de l'alcool benzylique et de l'acide hydroxycamphocarbonique.

» On peut le considérer comme de l'hydroxycamphocarbonate acide de benzyle :

$$C^{8}H^{14} \begin{cases} CH^{2}CO^{2}C^{7}H^{7} \\ CO^{2}H \end{cases}.$$

» Son pouvoir rotatoire a été pris dans les conditions suivantes : on a dissous $0^{gr},76$ dans 10^{cc} d'alcool; tube de 10^{cm}. Angle observé $\alpha = +4^{o}$,

$$\alpha_{D} = 52^{o},62\ (^{1}).\ »$$

CHIMIE AGRICOLE. — *Influences comparées du sulfate de fer et du sulfate de chaux sur la conservation de l'azote dans les terres nues et sur la nitrification.* Mémoire de M. **P. Pichard**. (Extrait par l'auteur.)

« *Résumé.* — Dans un sable siliceux pur, maintenu suffisamment humide, renfermant de la matière organique azotée non altérée (tourteau de coton), à une dose correspondant à 1^{gr} d'azote environ par kilogramme, l'addition de $\frac{1}{1000}$ de sulfate de fer a réduit, après sept mois, la déperdition d'azote de 47,65 à 18,36 pour 100, porté le gain d'azote nitrique de 1,43 à 10,40 et celui de l'azote ammoniacal de 4,49 à 11,22 pour 100.

» Dans le même sable additionné de $\frac{1}{10}$ d'argile, le sulfate de fer n'a pas réduit sensiblement la déperdition d'azote, a porté le gain en azote nitrique de 5,10 à 15,92 pour 100 et abaissé le gain en azote ammoniacal de 16,94 à 12,75 pour 100.

» Dans le sable additionné de carbonate de chaux à la dose de 1 pour 100, le sulfate de fer n'a pas réduit sensiblement la déperdition d'azote,

(1) Travail fait à l'Institut chimique de Nancy, laboratoire de M. Haller.

a diminué le gain en azote nitrique, 2,55 au lieu de 5,10 pour 100, a élevé le gain en azote ammoniacal de 6,43 à 10,40 pour 100.

» Dans le sable additionné d'argile et de carbonate de chaux, le sulfate de fer a réduit la déperdition d'azote de 31,63 à 23,87 pour 100, a diminué le gain d'azote nitrique, 6,43 au lieu de 7,14 pour 100, a augmenté le gain d'azote ammoniacal, 26,73 au lieu de 18,57 pour 100.

» Dans le même milieu (sable, argile et carbonate de chaux), des doses doubles et triples de sulfate de fer ont amené une déperdition moindre d'azote, en même temps qu'une diminution graduelle du gain en azote ammoniacal, 26,73, 20,61, 19,59 pour 100, et une faible augmentation du gain en azote nitrique, 6,43, 7,44, 9,79 pour 100. Le sulfate de fer paraît entraver la décomposition de la matière azotée et peut favoriser la nitrification.

» Dans un sol complet (sable, argile et calcaire), une addition de lactate de fer, à dose renfermant la même quantité de fer que $\frac{1}{1000}$ de sulfate, a annulé à peu près la perte d'azote, 0,20 pour 100, porté le gain d'azote nitrique de 7,14 à 22,34 pour 100 et diminué celui d'azote ammoniacal, 3,57 au lieu de 18,57 pour 100.

» Les sels de fer, en général, semblent nuisibles aux ferments destructeurs de la matière azotée, mais les sels organiques de fer favoriseraient la nitrification.

» Dans un sol complet, l'addition de sesquioxyde de fer, à la dose de $\frac{2}{1000}$, a réduit la déperdition d'azote de 31,63 à 21,43 pour 100, porté le gain d'azote nitrique de 7,14 à 19,69, et réduit celui de l'azote ammoniacal de 18,57 à 10,71.

» L'oxyde de fer n'entrave pas la décomposition de la matière azotée ; il paraît modérer l'action énergique du carbonate de chaux et favoriser nettement la nitrification, par fixation d'ammoniaque, à la façon de l'argile et par ses propriétés oxydantes.

» Le sulfate de chaux introduit, à la dose de $\frac{5}{1000}$, dans les mêmes sols que le sulfate de fer, s'est montré partout supérieur à celui-ci au point de vue de la nitrification. Dans le sable purement siliceux, il a élevé le gain en azote nitrique de 1,43 à 11,43 pour 100 ; dans sable et calcaire, de 5,10 à 13,67 ; dans sable et argile, de 5,10 à 23,67 ; dans sable, argile et calcaire, de 7,14 à 34,48.

» Quant à la conservation de l'azote, son action est plus efficace que celle du sulfate de fer dans les sols argileux, peu différente dans les sols silico-calcaires. Elle ne s'est montrée inférieure que dans le sol purement

siliceux, en raison sans doute de la solubilité moins grande et moins rapide du sulfate de chaux.

» Le sulfate de chaux n'entrave pas la décomposition de la matière azotée par les ferments et en favorise grandement la nitrification.

» Au point de vue de la pratique agricole, le sulfate de fer sera utilement employé pour fixer l'ammoniaque dans les milieux où la formation en est rapide et après qu'elle aura été effectuée presque entièrement dans les fumiers, dans les urines, dans les fosses à purin, dans les eaux d'égout.

» Pour les engrais organiques plus lents à se transformer, tels que ceux qui entrent dans les composts, l'usage du sulfate de fer est mauvais, à cause de ses propriétés antiseptiques.

» Les résultats obtenus dans nos expériences nous paraissent susceptibles d'être généralisés et appliqués aux terres végétales; la matière azotée non altérée est sans doute plus rapidement décomposée et modifiée que celle déjà partiellement transformée en humus, mais on peut, sans témérité, supposer que les effets produits au contact des agents minéraux seront de même ordre et présenteront des différences de degré plutôt que de nature.

» Le sulfate de fer, employé à titre d'engrais ou d'excitant de la végétation, sera réellement efficace, plutôt comme amendement, dans les terres siliceuses peu humides, dépourvues d'argile, pauvres en calcaire et en oxyde de fer. Dans tous les autres terrains, l'emploi du plâtre sera plus avantageux.

» Dans les terrains colorés, ferrugineux, le sulfate de fer sera inutile, sinon nuisible, l'oxyde et les sels organiques de fer ayant une action nitrifiante bien marquée.

» La chlorose, provenant de l'insuffisance d'alimentation et non d'une influence météorologique ou cryptogamique, sera combattue par le plâtre aussi bien que par le sulfate de fer. On sait qu'une chlorose de ce genre ne résiste pas à l'action d'une dose convenable de nitrate de potasse ou de nitrate de soude dans une terre suffisamment pourvue de potasse et de phosphate de chaux.

» L'efficacité du plâtre, associé à l'argile et au calcaire, justifie l'ancienne pratique du marnage. Il est peu de marnes naturelles qui ne renferment du gypse en proportions variables.

» Destruction modérée de la matière organique azotée par le calcaire, fixation de l'ammoniaque par l'argile et le sulfate de chaux, limitation des pertes d'azote et régularité de la nitrification sous l'influence des mêmes

éléments, enfin fixation plus grande d'azote atmosphérique : tels sont les effets chimiques du marnage. C'est à bon droit que, depuis des siècles, la pratique agricole a donné le premier rang aux terres végétales renfermant l'argile et le calcaire associés au sable siliceux en notables proportions. »

ÉCONOMIE RURALE. — *Sur la valeur des débris animaux comme fumure azotée.* Note de MM. **A. Müntz** et **A.-Ch. Girard**, présentée par M. Duclaux.

« L'agriculture utilise comme fumure azotée de grandes quantités de déchets animaux, résidus de l'alimentation ou de l'industrie; le sang desséché, les débris de cornes, les déchets de laine et de cuir, les poudrettes, etc., forment l'objet d'un commerce important. L'azote qu'ils renferment est à l'état organique; il a besoin, pour servir d'aliment aux plantes, d'être amené à une forme minérale.

» Les organismes qui peuplent le sol se chargent de cette transformation : les uns commencent par décomposer la matière azotée en produisant de l'ammoniaque, les autres l'amènent finalement à l'état de nitrate, et c'est sous cette forme que les végétaux absorbent ordinairement, sinon exclusivement, les éléments azotés du sol. Les engrais organiques ayant besoin de se nitrifier pour être utilisés, leur aptitude à la nitrification semble devoir être la mesure de leur activité comme fumure.

» On s'était déjà préoccupé de comparer entre eux les engrais animaux par des expériences culturales; mais il n'existait pas de moyen rationnel pour déterminer dans le laboratoire leur efficacité relative. Les tentatives faites dans cette direction, par l'emploi de pepsines, ou par celui des alcalis concentrés et bouillants, s'éloignent à tel point des conditions naturelles, qu'on ne saurait leur attribuer aucune valeur pratique.

» Nous avons cherché à mesurer l'activité des engrais azotés organiques d'après leur aptitude à se nitrifier, en reproduisant sur une petite échelle les transformations qui ont lieu dans le sein de la terre. Frappés de ce fait que ceux des engrais qui ont peu d'influence sur les récoltes sont précisément ceux qui offrent le plus de résistance à l'action des organismes nitrifiants, nous avons basé sur ces observations un procédé consistant à déterminer la quantité de nitrate formé, dans un temps donné et dans des conditions identiques.

» Nous introduisons dans une terre apte à nitrifier, les substances à

essayer, à égalité d'azote et comparativement avec celles dont l'efficacité est connue, telles que le sang desséché, qui servira de point de repère, et nous déterminons la proportion de nitrate formé au bout de quelque temps. Les rapports obtenus dans les nombreuses expériences que nous avons faites à ce sujet se sont montrés sensiblement constants.

» En comparant les différents engrais commerciaux, nous sommes ainsi arrivés à les diviser en trois catégories : la première, avec une nitrification rapide, comprend le sang desséché, les débris de cornes, la viande desséchée, le guano, qui doivent être regardés comme ayant une activité presque aussi grande que les engrais minéraux, nitrate de soude et sulfate d'ammoniaque et comme produisant également leur action sur la récolte à laquelle on les a donnés; la seconde, comprenant le cuir torréfié, les déchets de laine, la poudrette, dont la nitrification est beaucoup plus lente, qui, par suite, sont incapables de donner tout leur effet dans le cours d'une année culturale et ont encore une influence sur la récolte suivante; la troisième, dans laquelle se rangent les débris de cuir non torréfiés, dont la nitrification est si faible qu'ils ne sauraient produire une augmentation sensible de rendement.

» Cette classification, obtenue par des moyens scientifiques, avait besoin d'être vérifiée par la pratique culturale. Nous avons choisi, dans les terres de la ferme de Joinville, des carrés épuisés par une série de cultures antérieures; nous leur avons donné une fumure complète, dans laquelle variait seulement la nature de l'engrais azoté, appliqué à égalité d'azote. Nous y avons semé du maïs fourrage, dont les exigences en azote sont bien connues. La même culture a été répétée l'année suivante sans nouvelle addition d'engrais. Les récoltes ont été pesées à l'état vert et à l'état sec et la quantité d'azote y a été déterminée; on a pu ainsi vérifier la valeur pratique du procédé que nous venons d'indiquer.

» Les engrais dont la nitrification est rapide ont donné la première année des récoltes presque aussi abondantes que le nitrate de soude et le sulfate d'ammoniaque, mais n'ont pas fait sentir d'une façon appréciable leur effet la seconde année.

» Les engrais à nitrification peu énergique ont fourni la première année des récoltes notablement inférieures aux précédentes, mais l'année suivante leur action a encore été très manifeste.

» Enfin ceux dont la nitrification est extrêmement lente n'ont pas eu d'influence sensible sur la récolte de la première année et n'en ont eu qu'une très faible sur celle de l'année suivante.

» En nous plaçant au point de vue économique et en additionnant les récoltes des deux années, nous trouvons que le maximum de rendement a été obtenu avec les engrais à nitrification rapide, dont l'azote a été utilisé dans la proportion d'environ 60 pour 100. Ils ont eu une supériorité notable sur ceux auxquels leur nitrification plus lente a assuré une plus longue durée d'action et dont l'azote a été utilisé dans la proportion d'environ 40 pour 100; d'ailleurs les premiers, ayant donné tout leur effet dans le courant d'une année, ont eu un autre avantage sur les seconds, dont l'utilisation a nécessité l'immobilisation du sol pendant deux années consécutives et par suite deux façons culturales.

» Quant à ceux qui ne nitrifient qu'avec une grande lenteur, 20 pour 100 seulement de leur azote ont été absorbés par les récoltes; leur emploi direct ne nous semble à conseiller que dans des composts, où ils se désagrègent lentement, en contribuant à la formation du terreau.

» L'unité de poids d'azote dans les engrais animaux se paye souvent plus cher que dans les engrais salins; nos recherches, s'appliquant aux terres normales, où la nitrification est facile, infirment ces errements de la pratique et montrent qu'il serait logique de payer à un prix plus élevé l'azote du nitrate de soude ou du sulfate d'ammoniaque, qui est d'une utilisation immédiate et dont on est maître de régler l'application suivant les besoins des récoltes, que l'azote des engrais organiques, dont la mise en circulation ne concorde pas toujours avec l'époque où les plantes en ont besoin et peut souvent se faire attendre longtemps.

» Il convient d'ailleurs d'établir de grandes différences entre le prix de l'azote dans les divers résidus animaux, d'après l'activité de leur nitrification. Le dosage seul de l'azote organique n'est pas suffisant pour déterminer la valeur de ces produits; il faut y joindre l'étude de la nitrification, dont l'intensité relative doit être un facteur important dans l'évaluation de leur valeur agricole. »

ZOOLOGIE. — *Sur le développement des feuillets blastodermiques chez les Crustacés isopodes* (Porcellio scaber). Note de M. **Louis Roule**, présentée par M. Milne-Edwards.

« J'ai montré, dans une précédente Note, l'origine du blastoderme des embryons de *Porcellio*. Le disque germinatif, contenant le noyau de l'œuf fécondé enveloppe le vitellus nutritif en lui empruntant le protoplasme né-

cessaire à cette extension; son noyau se divise, suivant les procédés karyokinétiques habituels, en plusieurs segments qui se partagent eux-mêmes; et son ensemble s'organise ainsi en cellules qui augmentent rapidement de nombre. Cette évolution est achevée lorsque le vitellus nutritif est entouré par une assise simple d'éléments blastodermiques.

» Le blastoderme prolifère alors en plusieurs régions et sur sa face interne. L'une de ces régions, qui occupe la future ligne médiane et ventrale de l'embryon, s'étend depuis l'extrémité antérieure de l'œuf jusqu'à l'extrémité postérieure; une bande saillante se forme, qui s'avance dans le vitellus et se divise rapidement en deux zones parallèles juxtaposées. Cette bande parallèle va produire les centres nerveux; elle est interrompue, audessous du pôle antérieur du corps, en un point où le stomodéon apparaît; ainsi divisée, sa partie antérieure constitue l'ébauche du cerveau, et sa partie postérieure celle de la moelle ventrale.

» Au moment où naissent les premiers indices des centres nerveux, les éléments blastodermiques se multiplient en deux régions placées sur les côtés de l'embryon, un peu en arrière de l'ébauche cérébrale et de part et d'autre de la ligne médiane. Chacun de ces rayons présente bientôt, sous le blastoderme, une couche de cellules qui s'accroît suivant trois directions : en haut, en bas et en arrière. Lorsque l'extension dans les deux premiers sens atteint une certaine amplitude, elle s'arrête, et la couche cellulaire s'enfonce horizontalement, par son bord supérieur et par son bord inférieur, dans le vitellus nutritif qu'elle découpe comme à l'emporte-pièce. Cette nouvelle extension cesse lorsque les deux bords parviennent sur la ligne médiane; ceux-ci se recourbent alors en dedans, et, continuant à s'accroître, ils se rapprochent l'un de l'autre jusqu'à ce qu'ils se rencontrent et se soudent. Chaque couche a constitué de cette façon un tube, qui occupe la majeure partie de la moitié correspondante du corps de l'embryon, et dont la cavité, se fermant en arrière, contient le vitellus nutritif qu'elle a emprisonné pendant son développement. Ces deux tubes sont des ébauches de l'organe nommé à tort *foie* des Crustacés; cet organe, limité par l'endoderme dont on vient de suivre le mode de formation, doit être considéré comme l'entéron de ces animaux; ses fonctions du reste, et notamment chez les Crustacés inférieurs, sont plutôt nutritives que glandulaires.

» Le foie étant mis à part, le reste du tube digestif dérive de deux invaginations blastodermiques opposées, l'une inférieure et quelque peu ventrale, l'autre supérieure et légèrement dorsale. Les dépressions s'enfoncent

dans le vitellus pour aller à leur rencontre mutuelle; elles se touchent d'abord, puis se confondent, et leur région de soudure se relie elle-même aux deux parties du foie. L'invagination antérieure ou stomodéale produit l'œsophage et l'estomac, et l'invagination postérieure ou proctodéale engendre l'intestin.

» Le mésoderme apparaît pendant que ces diverses évolutions se poursuivent. Ce feuillet est produit par les éléments du blastoderme : la plupart d'entre eux se divisent en segments, dont l'externe continue à faire partie de la couche blastodermique, tandis que l'interne pénètre dans le vitellus. Celui-ci se partage à son tour en plusieurs autres cellules, et, le même fait intervenant pour le blastoderme entier, l'ensemble de ces éléments constitue le mésoderme. Les principales zones de prolifération sont placées sur la face ventrale du corps, à la base des pattes; elles sont donc au nombre de deux, situées de part et d'autre de la ligne médiane. Les cellules mésodermiques se nourrissent aux dépens du vitellus nutritif qui les entoure; elles évoluent suivant le procédé mésenchymateux typique, et les cavités qui naissent entre elles pour former les canaux vasculaires sont, à leur début, des petites lacunes conjonctives aux contours irréguliers. Aucune de ces cavités ne peut être considérée comme répondant, soit par son mode de développement, soit par son origine, aux zoonites mésodermiques des Annélides.

» Le blastoderme fournit à ces diverses proliférations, sans perdre son aspect d'assise épithéliale simple placée autour du vitellus nutritif; il conserve cette disposition après que les ébauches du mésoderme avec celles de l'endoderme ont pris naissance à ses dépens et se sont séparées de lui ; il représente alors l'ectoderme. »

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur le dégagement d'oxygène par les plantes, aux basses températures.* Note de M. Henri Jumelle [1], présentée par M. Duchartre.

« Dans les régions polaires ou à de hautes altitudes, certains végétaux résistent à de très basses températures. Là où règnent des froids persistants de — 50°, on rencontre encore une grande quantité de Cryptogames

(1) Ce travail a été fait au laboratoire de Biologie végétale de Fontainebleau, dirigé par M. Gaston Bonnier.

(Champignons, Mousses, Hépatiques, Lichens) et même quelques Conifères, telles que le Pin et le Genévrier.

» Les plantes soumises à ces froids intenses sont, en général, à l'état de vie latente, ne respirant ni n'assimilant plus. Toutefois, nous avons précédemment [1] montré que cet état peut être dû, non seulement au froid, mais à une perte d'eau de la plante. Au-dessous de 0°, en effet, la plupart des Cryptogames se dessèchent, ce qui suffit pour arrêter les échanges gazeux. Il restait donc à rechercher comment se comportent, au point de vue de ces mêmes échanges, dans les mêmes conditions de température, les Cryptogames ou les Conifères non desséchées. C'est, d'ailleurs, le cas qui, en réalité, doit se présenter le plus souvent pour les Conifères, qui renferment toujours une certaine proportion d'eau.

» Dans nos expériences, nous avons exposé à des températures de — 30° à — 40° des Lichens imbibés d'eau et des rameaux de Conifères fraîchement coupés, et nous avons déterminé les modifications que ces plantes, placées dans ces conditions à la lumière ou à l'obscurité, ont fait subir à l'atmosphère qui les entoure.

» Pour la respiration, les résultats pouvaient être prévus, car l'intensité respiratoire diminue rapidement avec la température; déjà, à 0°, elle est très faible. En réalité, nous n'avons jamais pu, à l'obscurité, au-dessous de — 10°, constater un dégagement appréciable d'acide carbonique.

» L'intérêt de ces recherches consistait surtout dans l'étude de l'assimilation chlorophyllienne, qui semble, en effet, bien plus indépendante de la température que la respiration. Peut-il donc y avoir, dans les cellules vertes, assimilation alors que la respiration n'a plus lieu; et jusqu'à quelles limites inférieures le phénomène peut-il se poursuivre? Ces limites inférieures ont toujours été trouvées jusqu'à ce jour supérieures à 0°. Cloëz et Gratiolet n'ont constaté l'assimilation pour la Vallisnérie qu'au-dessus de + 6°, et Boussingault, pour les aiguilles de Pin Laricio, qu'au-dessus de + 0°,5. Mais ces nombres sont loin de donner une idée réelle de la limite minima de température à laquelle s'arrête le phénomène.

» Nous donnerons simplement les résultats principaux de nos recherches, qui ont été faites successivement avec deux appareils différents.

» Le premier est celui que MM. Drion et Loir employaient pour congeler le mercure à — 40°. Le froid y est obtenu par l'évaporation de l'acide sulfureux liquide. L'éprou-

---

(1) Henri Jumelle, *La vie des Lichens pendant l'hiver* (*Mémoires de la Société de Biologie,* 12 décembre 1890).

vette renfermant la plante est plongée dans ce liquide, exposée à la lumière; elle est hermétiquement fermée et communique seulement, par un tube en verre, avec un appareil à prises, au moyen duquel, avant et après l'expérience, on extrait de petites quantités de gaz, qu'on analyse.

» Une seconde série de recherches a été faite avec un appareil récemment imaginé par M. Cailletet, le cryophore, dans lequel le froid est obtenu par la détente de l'acide carbonique liquide, qui traverse un serpentin placé dans un vase métallique rempli d'alcool. La température de l'alcool s'abaisse rapidement, à l'obscurité, jusqu'à —80°; on la maintient au degré voulu en faisant passer, de temps à autre, dans le serpentin, un jet d'acide carbonique liquide.

» Nos expériences devant être faites au soleil, il était difficile d'obtenir, d'une façon constante, des températures aussi basses. Nous avons simplement cherché à réaliser une température de — 40°.

Un ballon en verre, hermétiquement fermé et renfermant la plante, est placé dans l'alcool; au moyen d'une glace, on projette, par réflexion, sur ce ballon les rayons solaires; il y a communication entre le ballon et un appareil à prises de gaz.

» Dans les deux appareils, la température de l'atmosphère des flacons contenant les plantes est déterminée par un thermomètre placé à leur intérieur.

» Nous avons expérimenté sur trois Lichens (*Evernia Prunastri*, *Physcia ciliaris* et *Cladonia rangiferina*) et sur deux Conifères, l'Epicéa et le Genévrier.

» 1° *Picea excelsa.* — Des rameaux d'Epicéa sont restés six heures à une température moyenne de — 35°, à une lumière diffuse, avec intermittences de soleil; la plante a résisté au froid, a décomposé 0,90 pour 100 de l'acide carbonique de l'air et a rejeté 0,95 pour 100 d'oxygène. Il y a donc eu assimilation chlorophyllienne à — 35°.

» 2° *Juniperus communis.* — Des branches de Genévrier sont restées pendant trois heures et demie, à la lumière diffuse, à une température qui s'est abaissée peu à peu de — 17° à — 40°, puis est remontée, pendant la dernière demi-heure, jusqu'à — 33°. Elles ont décomposé 0,75 pour 100 d'acide carbonique et rejeté 1,05 pour 100 d'oxygène.

» 3° *Evernia Prunastri.* — Dans une première expérience, un *Evernia Prunastri* imbibé d'eau a été exposé au soleil, pendant trois heures, à 30°. Au bout de ce temps, l'atmosphère du flacon qui le renfermait contenait, en plus, 0,98 pour 100 d'oxygène, et, en moins, 0,60 pour 100 d'acide carbonique. Il y a donc eu décomposition de ce dernier gaz, c'est-à-dire assimilation. La plante, retirée du flacon, a la dureté d'un bloc de glace. Cette expérience, faite avec l'appareil Drion et Loir, a été répétée avec le cryophore Cailletet.

» L'*Evernia Prunastri* est resté quatre heures au soleil; la température s'est abaissée de — 14° à — 37°, puis est remontée, pendant la dernière heure, à — 32°. Dans l'atmosphère du ballon, il a disparu 0,68 pour 100 d'acide carbonique, et il y a, en plus, 0,75 pour 100 d'oxygène. Pendant les quatre heures suivantes, la température est restée entre — 30° et — 20°; la plante a décomposé 0,67 pour 100 d'acide carbonique et dégagé 0,80 pour 100 d'oxygène.

» Une troisième expérience a donné les mêmes résultats.

» 4° *Physcia ciliaris* et *Cladonia rangiferina*. — Des expériences analogues ont été faites avec deux autres Lichens, le *Physcia ciliaris* et le *Cladonia rangiferina*. A une température moyenne de — 25°, nous n'avons pu ici observer, au soleil, de décomposition d'acide carbonique.

» Ces deux Lichens ne paraissent donc pas assimiler à ces basses températures. Nous devons faire remarquer, à ce propos, que l'*Evernia Prunastri*, dans les conditions ordinaires, a, en général, des échanges gazeux très intenses, bien supérieurs, par exemple, à ceux du *Cladonia rangiferina*. Il devient donc plus difficile, pour ces derniers Lichens, de constater l'assimilation lorsqu'elle s'affaiblit.

» Quoi qu'il en soit, qu'il nous suffise d'avoir montré que l'assimilation, qu'on n'avait jamais, jusqu'à ce jour, constatée au-dessous de o°, peut parfois être observée encore à des températures bien inférieures.

» En résumé : *Chez les plantes capables de résister, humides, aux froids intenses, la décomposition de l'acide carbonique peut persister à de très basses températures, alors que la respiration est depuis longtemps supprimée.*

» *Des Conifères telles que l'Épicéa et le Genévrier, un Lichen, l'*Evernia Prunastri, *ont assimilé, à la lumière, le carbone de l'air dans une atmosphère où la température s'est abaissée jusqu'à* — 35°, *et même* — 40°. »

BOTANIQUE CRYPTOGAMIQUE. — *Les champignons parasites des Acridiens.* Note de MM. J. **Kunckel d'Herculais** et **Ch. Langlois**, présentée par M. Duchartre.

« Au mois de mars 1888, l'un de nous, dans la Conférence qu'il fit au congrès d'Oran, a fait l'historique complet des observations des naturalistes sur les Cryptogames entomophytes des Acridiens. Il a rappelé qu'un naturaliste américain, le professeur Herbert Osborn, avait, dès 1883, proposé de cultiver l'*Entomophtora Calopteni* Bessem, et de le propager dans les localités envahies par les Acridiens; que, de son côté, le professeur Metschnikoff (1884) avait pensé qu'on pouvait multiplier artificiellement l'*Isaria destructor* Metsch., et l'*I. ophioglossoides* Krass. Il a signalé la production des spores d'*Isaria destructor* dans la petite usine d'Imelia, exposé les résultats satisfaisants obtenus par semis de spores pour la destruction des Charançons ravageurs de betteraves, les *Cleonus punctiventris*. M. Krassiltschick s'était fait fort, par des semis de spores d'*Isaria*, d'arrêter la multiplication des Acridiens, ce qui n'a pas eu lieu.

» Depuis 1888, M. Künckel s'est attaché à rechercher si les Stauro-

notes marocains, hôtes des Hauts-Plateaux, n'étaient pas atteints par une affection cryptogamique : il a toujours constaté que la mortalité dans les sols était causée par un Diptère parasite, le *Sarcophaga clathrata* Mergen. Cette année, au début de l'invasion des Criquets pèlerins, il se rendit à Biskra pour suivre leur évolution. Il recueillit, le 26 mars, un grand nombre d'individus des deux sexes. Ces Acridiens étaient parfaitement sains; au fur et à mesure des appariements, les couples étaient isolés. Quelques cas d'affection cryptogamique se manifestèrent dans ceux qui étaient réunis en groupe; mais la mortalité fut insignifiante, la contamination de proche en proche paraissant très difficile. Dans un couple, le mâle mourut portant des signes d'infection; sa femelle fut associée à un autre mâle, s'accoupla, fit une première ponte le 29 mai, une seconde le 4 juin, mourut le 9, son mâle mourut également le 16 sans avoir manifesté de signes d'infection.

» Le 9 et le 16 mai, M. Künckel fit à la Société d'Agriculture d'Alger deux Communications dans lesquelles il annonçait que, contrairement à l'idée reçue, les Criquets pèlerins ne moururent pas après la ponte, mais que ceux qu'on trouvait çà et là sur les gisements d'œufs en partie morts étaient atteints par une affection cryptogamique ([1]). M. Künckel et M. Langlois ayant trouvé chacun de son côté, l'un aux environs d'Alger à la Righaïa, l'autre au voisinage d'Hammam Rhiza, des Criquets pèlerins contaminés, s'associèrent pour faire des observations en commun. Voici les résultats des observations faites par eux séparément, et communiquées à la Société d'Agriculture d'Alger le 30 mai.

» Nous avons le regret de dire que c'est toujours après que les Criquets pèlerins s'étaient appariés, accouplés, avaient pondu, qu'ils mouraient contaminés; que c'était par conséquent lorsqu'ils avaient accompli leur cycle évolutif, et commis leurs ravages qu'ils succombaient.

» Nous ajouterons que des conditions toutes spéciales paraissent nécessaires pour favoriser le développement du Champignon parasite; ce n'est que sur les individus capturés dans des lieux humides, soit sur certains points des Hauts-Plateaux, soit sur le littoral, que nous avons pu constater les signes caractéristiques de l'infection. Nous ferons observer qu'à l'état de nature les Criquets pèlerins savent se grouper au pied des plantes et des arbustes, grimper sur ces derniers en prenant la position verticale pour éviter l'action de la rosée. En captivité, ce n'est que sous

([1]) Voir *Dépêche algérienne*, 19 mai 1891.

des grillages recouverts tous les soirs d'un linge mouillé que la maladie s'est manifestée sur un certain nombre d'individus, de telle sorte que ces Acridiens ne trouvent que très rarement, à l'état libre, des conditions favorables au développement des Entomophytes.

» Quelques femelles capturées pendant l'acte de la ponte avaient les derniers anneaux de l'abdomen entièrement envahis par les Cryptogames. Des lieux de pontes il a été rapporté des Criquets, qui sont encore vivants et opèrent régulièrement leurs mues, bien que, depuis leur capture, ils aient été renfermés avec des adultes fortement contaminés. On pourrait supposer que les œufs seraient plus faciles à contaminer; mais les œufs sont protégés par un bouchon spumeux, et leur enveloppe est résistante. Il nous a été permis d'observer des grappes d'œufs entièrement couvertes de filaments mycéliens (moisissures) (?) dont les embryons ont continué régulièrement leur développement. Il ne faut pas oublier que ces embryons sont protégés par une enveloppe qu'ils rejettent aussitôt qu'ils sont éclos. Ayant raclé les efflorescences des anneaux, les ayant semées abondamment sur les larves de l'Altise de la Vigne, ces larves, bien que jeunes, ont continué à se développer et se sont même transformées en insectes parfaits. Ces efflorescences blanchâtres se trouvent le plus souvent au point de jonction des deux premiers anneaux, très fréquemment aussi derrière les pattes postérieures, enfin sur tous les anneaux et quelquefois dans les régions les plus diverses.

» La maladie paraît absolument superficielle; aux points où elle se développe se trouve un feutrage de mycélium accompagné d'un très grand nombre de spores. Il est assez fréquent de trouver au milieu des efflorescences des Champignons saprophytes, notamment l'*Alternario tenuis*. Des coupes menées à travers les terrains contaminés n'ont pas permis de constater la pénétration du Champignon parasite dans la profondeur de l'organisme; cependant certains anneaux ont pu être déformés au point d'empêcher la ponte : mais ce cas est relativement rare. Comme preuve de la résistance des Acridiens au parasitisme, nous pouvons citer une femelle capturée à Biskra, le 26 mars, qui n'a succombé que le 16 juin, présentant des taches cryptogamiques et laissant échapper un ver parasite du genre *Gordius*.

» M. le professeur Trabut est d'accord avec nous pour considérer l'affection cryptogamique en question comme absolument superficielle.

» Quant au Cryptogame, au premier examen, on aurait pu croire qu'on se trouvait en présence d'un *Empusa*, mais alors d'une espèce spéciale.

Après étude approfondie, nous rapprochons le Cryptogame parasite du Criquet pèlerin du *Polyrhizium Leptophyei* Giard.

» Les spores sont bien, comme le dit M. Giard, de deux sortes, les unes plus petites, ovoïdes, d'environ 6μ, naissant par groupes de deux ou trois à l'extrémité des hyphes, les autres plus grandes, à contenu granuleux, également ovoïdes, de 9μ sur 5μ, divisées en deux par une cloison qui détermine l'étranglement de la spore. Ces dernières spores sont considérées par M. Giard comme des spores durables. Le mycélium du Champignon présente des cloisonnements assez rapprochés.

» Il nous a été facile de faire germer les spores ; les cultures sur milieux solides, gélatine-peptone, agar agar nutritive, acide ou légèrement alcaline, n'ont donné que des résultats douteux, les cultures étant contaminées par des Bactéries vulgaires. Il faudrait des cultures spéciales pour les séparer.

» En résumé, nous nous trouvons en présence d'une affection parasitaire bénigne, n'attaquant que des individus parvenus au terme de leur évolution, et qui paraît ne se transmettre que très difficilement aux insectes, fussent-ils de la même espèce.

» Pour nous, comme pour M. le Dr Trabut, il ne nous semble pas possible de fonder des espérances sur un mode de destruction reposant sur le développement artificiel des Champignons parasites observés sur les Criquets pèlerins. »

GÉOLOGIE. — *Sur les granites prétendus postsecondaires de l'Ariège (feuille de Foix)*. Note de M. **A. Lacroix**, présentée par M. Fouqué.

« La question de l'âge du granite a préoccupé tous les géologues qui ont étudié l'Ariège. Tous sont d'accord pour admettre l'existence de granites anciens (dont quelques-uns sont postérieurs au silurien et peut-être au dévonien), mais un certain nombre d'entre eux, Durocher et Zirkel en particulier, admettent, en outre, une venue granitique postérieure au terrain jurassique. Les points, étudiés par ces savants et servant de base à leur opinion, se trouvent au port de Saleix et aux environs d'Ercé sur la feuille de Foix.

» L'étude des points considérés m'a conduit à des conclusions différentes de celles qui ont été énumérées plus haut. Je passerai successivement en revue les divers gisements.

» *Port de Saleix*. — L'opinion de Durocher peut se résumer ainsi : « Les

» calcaires jurassiques du port de Saleix sont percés par le granite qui
» s'injecte au milieu d'eux et forme des nodules dans leur masse; le déve-
» loppement de la couzéranite dans ces calcaires est dû à un phénomène
» de contact du granite. »

» Lorsqu'on va du col au port de Saleix et surtout aux alentours immédiats de ce dernier, on peut constater, au fond des petits ravins qui sillonnent le flanc nord de la vallée, l'existence de roches anciennes qui, par place, apparaissent à divers niveaux *sous* les calcaires. On voit nettement que les calcaires *reposent* sur ces roches et ne sont pas percés par elles. De plus, l'examen pétrographique montre que les roches en question mises au jour par érosion sont variées de composition. On rencontre, dans des *conditions géologiques identiques*, du *granite* et des *gneiss* (schisteux) granulitisés, avec alternance de lits minces de *gneiss amphiboliques*, d'*amphibolites*, etc. Au point de vue de leur relation avec les calcaires, il est impossible de distinguer ces granites des roches schisteuses dont on ne peut en aucune façon faire des roches éruptives.

» De plus, au contact immédiat des roches anciennes et des calcaires, on trouve dans ces derniers des fragments plus ou moins nombreux de ces mêmes roches anciennes. Ce fait n'avait pas échappé à Durocher, qui regardait ces fragments de roches feldspathiques comme le résultat d'une *injection* du granite dans le calcaire. L'examen attentif de ces échantillons de contact ne permet pas d'admettre une semblable opinion; ils sont, en effet, constitués par un ciment calcaire englobant des *fragments arrondis de granite*, de *gneiss granulitique*, d'*amphibolite* et surtout du *sable granitique* ou *gneissique*, formé aux dépens de ces roches anciennes dont tous les éléments (quartz, orthose, feldspath triclinique, mica, amphibole, etc.), se retrouvent en *fragments brisés*. Ce sont de véritables *grès* et *arkoses à ciment calcaire*.

» Lorsque l'on s'éloigne du contact immédiat, la proportion des éléments *clastiques* diminue, et ce n'est plus que de loin en loin que l'on rencontre dans le calcaire des galets souvent volumineux de gneiss ou de granite (col de Saleix).

» A elles seules, ces *couches détritiques* suffisent pour établir l'antériorité du granite aux dépôts jurassiques; mais, en outre, je ferai remarquer que ces brèches sont dépourvues de minéraux métamorphiques qui, dans l'hypothèse que je combats, devraient présenter là leur maximum de développement.

» *Serres d'Ercé*. — Le point décrit par Zirkel est non moins typique. Dans

les schistes calcaires jurassiques (lias ?), on voit un banc à éléments granitiques assez altérés. Il n'est pas massif, mais constitué par de *gros galets* (1) réunis par un ciment argilo-calcaire; il est accompagné de schistes noirs de même composition que ce ciment, schiste rempli de *débris granitiques*. A 50m de ce point, j'ai pu isoler encore d'un banc de calcaire blanc compact un *galet de granulite* ayant la grosseur des deux poings. L'étude microscopique des fragments calcaires extraits de la brèche à grands éléments et de ceux qui renferment du sable granitique fait voir que, dans ces échantillons, il n'y a pas trace de minéraux métamorphiques et, notamment, de couzéranite, et que tous les minéraux qui y sont renfermés sont nettement clastiques et constitués par des débris de granite et de granulite.

» Les faits qui viennent d'être énumérés me semblent suffisamment probants pour pouvoir affirmer qu'il n'existe pas de granite postsecondaire dans la région de l'Ariège que j'ai parcourue (feuille de Foix) et que *le développement de couzéranite, trémolite, etc., dans ces calcaires est indépendant de toute action de contact*. J'aurai l'occasion de revenir sur la nature de leur métamorphisme dans une prochaine Communication.

» Par contre, à quelques centaines de mètres du port de Saleix, vers le sud, il est facile d'étudier les phénomènes de contact du granite sur les calcaires paléozoïques. On constate alors qu'au contact immédiat le calcaire est, sur plusieurs mètres, transformé en grenat grossulaire massif ou chargé de grenat, idocrase, pyroxène, wollastonite, etc., minéraux inconnus dans les calcaires secondaires métamorphiques de la région. Les schistes paléozoïques qui les accompagnent sont en même temps transformés par le mode ordinaire en cornéenne à andalousite, schistes noduleux, etc.

» Ainsi, dans cette région, les roches paléozoïques, en contact avec le granite, sont profondément modifiées, tandis que les assises jurassiques, n'ont subi aucune action métamorphique de contact. »

---

(1) Dans cette région, les assises secondaires reposant sur le granite débutent souvent par des poudingues à galets granitiques ou des arkoses (Soucix, Rogalle, environs d'Escampis, col de Saleix, etc.), auxquels succèdent d'ordinaire des assises calcaires, d'autant plus riches en débris granitiques, qu'on les observe plus près du poudingue.

GÉOLOGIE. — *Sur l'âge d'un granite porphyroïde des Pyrénées-Orientales.* Note de M. **Joseph Roussel**, présentée par M. Fouqué.

« On sait que Dufrenoy a signalé, à Saint-Martin (Pyrénées-Orientales), un granite qui envoie des filons dans le calcaire fossilifère de l'infracrétacé, et qu'il considère comme très récent (1). Je vais rapporter quelques observations à l'appui de la thèse du savant géologue.

» Le granite de Saint-Martin fait partie d'un important massif granitique largement développé dans la partie nord-ouest du département des Pyrénées-Orientales. Ce granite est presque partout porphyroïde : dans la masse principale, composée de mica vert foncé ou noir, d'orthose, d'oligoclase et de quartz, se sont formés de grands cristaux maclés de feldspath orthose, ordinairement roses, renfermant des lamelles de mica verdâtre ou noir, et aussi, mais fort rarement, des lamelles de mica blanc; quelquefois ces cristaux s'alignent suivant certaines directions.

» Ce granite s'est épandu sur le gneiss cristallophyllien ou sur les schistes primaires ; et ceux-ci, dans la zone de contact, sont surchargés de silice et de mica et, dans la suivante, de cristaux rosés d'andalousite ou de cristaux noirâtres de staurotide : ce qui prouve que le granite est postérieur aux schistes.

» Le massif granitique est traversé par des calcaires secondaires, disposés en plis anticlinaux, qui se prolongent, de part et d'autre, au delà de la région des granites. Dans celle-ci, les calcaires ont pour substratum, non pas le granite, mais le gneiss ou les schistes primaires ; ce n'est que dans certains cas, et sur le bord des zones calcaires, que le granite s'est interposé entre le calcaire et le gneiss ou les schistes. Souvent il est possible de voir le calcaire ou les marnes plonger profondément sous le granite. C'est ce qui a lieu, par exemple, sur les bords de la Désix, au point où cette rivière s'engage dans le pli des terrains secondaires de Pézilla.

» A Bélesta-de-la-Frontière, quelques blocs et même de vrais îlots de calcaire sont enclavés dans le granite. A Fenouillet, sur la route, on trouve des granites injectés dans les marnes albiennes, et nous savons déjà qu'il en est de même à Saint-Martin.

» Mais les observations les plus importantes ont été faites à Lesquerde.

(1) *Explication de la Carte géologique de France*, t. III, p. 128.

» En ce lieu existent diverses formations que j'ai eu l'occasion d'étudier.

» Ce sont d'abord des calcaires à réquiénies et à *Ostrea aquila* et des marnes à *Ammonites mayorianus*, qui se dressent au nord du village, et forment une voûte isoclinale renversée, plongeant au sud.

» Sur ces couches s'est étendu le granite porphyroïde. Celui-ci, près du sommet de la montagne, est disposé en mince nappe, de sorte qu'au-dessous apparaît çà et là l'infracrétacé, sur lequel le granite est même isolé, par endroits, sous forme d'îlots.

» A la suite est un quartzite, avec oxyde de fer, s'appuyant, près de la crête, sur le calcaire, et plus bas, sur le granite. Ce quartzite est une couche sédimentaire qu'on retrouve, sous forme de rocs isolés, de lambeaux et de lentilles, depuis Rosiguères jusqu'au pays de Sault.

» Entre Fenouillet et Espézels, elle fait partie d'une formation de marnes et de grès renfermant des empreintes d'algues, caractéristiques de l'étage cénomanien. A l'est de Fenouillet, le quartzite existe seul, et encore a-t-il souvent disparu.

» A Lesquerde, il en reste des lambeaux importants qui ont préservé le granite de la dénudation. Mais, en un point où le quartzite a été emporté de bonne heure, le granite a été fortement entamé et laisse voir, au-dessous, l'infracrétacé. Ce point est situé à l'est du village, au-dessus de la route, sur le sentier de Lansac à Saint-Paul. On y observe un phénomène très important et très rare. Dans le granite, taillé verticalement, et partiellement décomposé dans le haut de la tranchée, mais presque massif dans le bas, on aperçoit, disséminés dans les diverses parties de la masse granitique, plusieurs fragments anguleux de calcaire dont quelques-uns ont un volume de deux ou trois décimètres cubes.

» A gauche de la tranchée, les travaux ont mis à nu des marnes albiennes criblées de filonnets de granite, et, à droite, les calcaires aptiens d'où proviennent les blocs englobés dans la roche éruptive, de sorte qu'en ce lieu on peut étudier l'action métamorphique du granite sur les roches auxquelles il s'est juxtaposé et sur celles qu'il s'est incorporées.

» Au contact du granite, les marnes noires de l'albien se sont diversement colorées et ont perdu leur calcaire; elles ont été transformées en vrais schistes argileux irisés de rouge, de vert et de jaune, qui ne font pas du tout ou font à peine effervescence avec les acides. Les calcaires, dans la zone de contact, sont devenus caverneux, noirâtres et comme calcinés et passent, par endroits, au fer spathique. Ils sont revêtus d'un enduit argileux gris cendré, plus ou moins épais, et, par places, surchargé de mica.

Dans la partie qui n'est pas altérée, ils sont restés gris et finement menus.

» Ces transformations sont beaucoup moins importantes que celles qu'ont subies les schistes primaires au contact du granite, mais elles sont analogues à celles qu'ont éprouvées les calcaires inclus dans les ophites.

» Le granite porphyroïde de la partie nord-ouest des Pyrénées-Orientales s'est donc injecté, sous forme de filon, dans les calcaires et les marnes de l'infracrétacé, il ne leur sert pas de substratum et s'y superpose, au contraire ; en divers lieux, il en a englobé des fragments et les a métamorphisés. En outre, il est placé sous le quartzite ferrugineux de l'étage cénomanien. Il semble donc qu'il ait fait éruption au commencement de la période crétacée, c'est-à-dire à l'époque de l'un des plus grands cataclysmes qui soient survenus dans les Pyrénées. »

PHYSIOLOGIE. — *Recherches expérimentales sur l'entraînement musculaire.* Note de M. **Charles Henry.**

« En étudiant, dans une publication de M. J. Delbœuf (¹), les débuts de séries de nombres de kilogrammes obtenus successivement au dynamomètre par des efforts maxima, on entrevoit, avant l'influence de la fatigue, une loi d'entraînement musculaire. Portons sur une première ligne la série des nombres de kilogrammes; sur une deuxième, les quotients successifs de ces nombres par le premier nombre obtenu, quotients réduits à la première octave, c'est-à-dire multipliés ou divisés par 2 autant de fois qu'il est nécessaire pour que le nombre soit < 2 et > 1. Portons sur une troisième et sur une quatrième ligne celles des douze premières puissances entières positives et négatives de $\frac{3}{2}$, également réduites à la première octave, qui sont les plus approchées de ces quotients; nous remarquons ceci : chaque fois que l'exposant de ces puissances, consigné sur la quatrième ligne, est de la forme 2^n, ou $2^n + 1$ (premier), ou 2^n, multiplié par un ou plusieurs nombres de la forme $2^n + 1$ (premier), formes que j'appelle *rythmiques*, l'effort maximum suivant est, à quatre exceptions près, plus grand que l'effort maximum précédent.

50.	50.	49.	51.	53.	56.	59.	55.	56.	57.	60.	54.	51.	53.	54.	52.	50.
»	1	1,96	1,02	1,06	1,12	1,18	1,10	1,12	1,14	1,20	1,08	1,02	1,06	1,08	1,04	1
»	0	1,973	1,013	1,067	1,125	1,185	1,107	1,125	1,125	1,201	1,067	1,013	1,067	1,067	1,053	0
»	0	−12	+12	+7	+2	−3	−10	+2	+2	+9	+7	+12	+7	+7	−5	0

(¹) *Éléments de Psycho-Physique générale et spéciale*, p. 96 et suiv.

» Il était tout indiqué de chercher à vérifier, par une méthode rigoureuse, cette loi, qui apparaît d'ailleurs, avec des modifications secondaires, dans d'autres domaines de la physiologie des sensations.

» J'ai fait construire à cette fin par M. Aubry des haltères pesant 5^{kg}, et auxquels un dispositif simple permet d'ajouter successivement les vingt-quatre poids supplémentaires suivants :

kg 0,070,	kg 0,265,	kg 0,365,	kg 0,535,	kg 0,625,	kg 0,925,	kg 1,005,	kg 1,240,
1,330,	1,660,	1,755,	2,015,	2,115,	2,360,	2,500,	2,900,
3,005,	3,320,	3,435,	3,885,	4,010,	4,360,	4,490,	4,865.

» On a ainsi, pour les sommes de chacun de ces poids et du poids de l'haltère, des nombres dont les rapports avec le poids de l'haltère correspondent aux douze premières puissances entières positives et négatives de $\frac{3}{2}$ réduites dans la première octave, dans l'ordre suivant des exposants :

+12,	− 5,	+ 7*,	−10,	+ 2,	− 3,	+ 9*,	− 8,
+ 4,	− 1,	+11*,	− 6,	+ 6,	−11*,	+ 1,	− 4,
+ 8,	− 9*,	+ 3,	− 2,	+10,	− 7*,	+ 5,	−12.

» Dans ce Tableau, les six poids de rapports non rythmiques ont été marqués par un astérisque. Si l'on ajoute entre eux les poids de rapports rythmiques immédiatement inférieurs à chaque poids de rapports non rythmiques et que l'on appelle T_0 ce total; si l'on ajoute entre eux les poids de rapports non rythmiques et que l'on appelle T_1 ce total; si l'on ajoute entre eux les poids de rapports rythmiques immédiatement supérieurs aux poids de rapports non rythmiques et que l'on appelle T_2 ce total : on trouve sensiblement

$$\frac{T_0}{T_1} = \frac{T_1}{T_2} = 0,97.$$

» Soient E_0, E'_0 les efforts maxima de pression des muscles fléchisseurs de la main droite enregistrés au dynamomètre de Régnier avant et après la succession de poids de rapports rythmiques T_0; la fraction $f_0 = \frac{E_0 - E'_0}{E_0}$ mesure la fatigue ou, si elle est négative, l'entraînement. De même, la fraction $\pm f_1 = \frac{E_1 - E'_1}{E_1}$ mesure la fatigue ou l'entraînement produit par la succession T_1 de poids de rapports non rythmiques; la fraction $\pm f_2 = \frac{E_2 - E'_2}{E_2}$ mesure la fatigue ou l'entraînement produit par la succes-

sion T_2 de poids de rapports rythmiques. Si les successions de poids de rapports rythmiques n'avaient aucune influence, on aurait, en adoptant l'hypothèse la plus simple de toutes, la proportionnalité

$$\frac{-f_0}{-f_1} = \frac{-f_1}{-f_2} = 0,97.$$

» Si, au contraire, les successions de poids de rapports rythmiques ont pour effet de diminuer la fatigue ou d'augmenter l'entraînement relativement aux successions de poids de rapports non rythmiques : 1° ou bien f_0 et f_2 seront tous deux négatifs ou nuls, ou f_2 sera seul négatif ou nul, f_1 étant positif, ou encore f_0 et f_2 seront tous deux négatifs, ou f_2 sera seul négatif, f_1 étant nul; 2° ou bien, suivant les cas d'une perte de force ou d'entraînement après chaque succession, on aura

$$\frac{f_0}{f_1} < 0,97, \qquad \frac{f_1}{f_2} > 0,97,$$

$$\frac{-f_0}{-f_1} > 0,97, \qquad \frac{-f_1}{-f_2} < 0,97.$$

» Ces relations se vérifieront chez les sujets normaux; au contraire, chez les sujets hyperesthésiés, en vertu de renversements bien connus en Physiologie : 1° ou bien f_1 sera négatif, f_0 et f_2 étant positifs ou nuls, ou f_2 étant seul positif ou nul ou encore f_1 sera nul, f_0 et f_2 étant positifs ou f_2 étant seul positif; 2° ou bien on aura

$$\frac{f_0}{f_1} > 0,97, \qquad \frac{f_1}{f_2} < 0,97,$$

$$\frac{-f_0}{-f_1} < 0,97, \qquad \frac{-f_1}{-f_2} > 0,97.$$

» L'expérience a démontré clairement l'importance des rapports rythmiques. Je citerai seulement quelques nombres choisis sur deux cents expériences environ, dans lesquelles les sujets se sont attachés à exécuter T_0, T_1, T_2 en des temps égaux frappés par un métronome, la manipulation de chaque poids durant environ trois secondes. Je n'ai rencontré de renversements que sur le quart environ des sujets, et neuf fois sur dix ces sujets accusaient un sentiment de fatigue. Je n'ai rencontré que dans deux cas une proportionnalité entre les f et les T. Dans le Tableau ci-dessous,

les premières lignes de nombres s'appliquent aux sujets normaux; les quatre dernières de la seconde colonne des f aux sujets hyperesthésiés :

f_0.	f_1.	f_2.	f_0.	f_1.	f_2.
—0,12	0	—0,008	+0,0739	+0,139	—0,0113
—0,08	0	—0,1	»	+0,119	0
—0,030	+0,06	—0,05	+0,022	+0,13	—0,075
—0,0158	0	—0,0285	+0,055	+0,13	+0,045
—0,148	+0,03	—0,1	+0,0874	+0,14	+0,088
—0,08	+0,05	0	+0,0204	+0,059	+0,038
0	0	—0,14	—0,029	—0,043	+0,029
—0,0326	+0,09	+0,07	—0,0138	—0,0909	—0,0857
—0,111	+0,0909	—0,249	+0,0167	—0,0357	+0,0508
0	+0,0555	—0,0192	+0,0257	+0,0076	+0,142
»	+0,0377	—0,0408			

» En résumé, avant l'apparition de la fatigue et jusqu'à une certaine limite dépendant de l'état de chaque sujet, limite que l'exercice a pour effet de reculer, des travaux exécutés avec une succession de poids gradués suivant des rapports rythmiques déterminent par rapport aux mêmes travaux exécutés avec toute autre succession de poids dans le même temps une moindre fatigue et parfois un entraînement notable. »

PATHOLOGIE COMPARÉE. — *Maladies osseuses des grands singes.* Note de M. Étienne Rollet, présentée par M. Verneuil.

« J'ai présenté à l'Académie, le 8 juillet 1889, une Note sur les os des grands singes, étudiés au point de vue anthropologique. Aujourd'hui j'examine les maladies osseuses des mêmes animaux et les compare à celles qu'on observe chez l'homme.

» Mes recherches ont porté, dans les musées de Paris et de Lyon, sur 79 squelettes, dont 42 chimpanzés, 26 gorilles, 11 orangs-outangs; quatre points ont attiré mon attention :

» A. La soudure des épiphyses; B. Les fractures; C. L'arthrite déformante; D. L'ostéopériostite.

» A. *Soudure des épiphyses.* — Elle n'était point encore commencée chez 24 sujets très jeunes. Chez 11 singes plus âgés, 5 chimpanzés, 3 gorilles et 3 orangs-outangs, quatre fois la synostose portait sur les seules épiphyses

du coude; deux fois sur celles du coude et de la hanche; une fois sur celles du coude et du genou. Deux fois il y avait synostose au coude, à la hanche, au genou. Deux fois enfin toutes les épiphyses étaient soudées, sauf celles des poignets et de l'épaule. Bref la soudure des épiphyses marche de la même manière chez l'homme et les grands singes, débutant par le coude, finissant par l'épaule et le poignet; elle s'opère dans un ordre déterminé et s'achève plus vite au membre inférieur qu'au membre supérieur.

» B. *Fractures consolidées.* — Cinq exemples ont été recueillis chez quatre chimpanzés et un orang, à savoir :

» Fracture du radius au $\frac{1}{3}$ moyen, sans raccourcissement ni déformation.

» Fracture du radius au $\frac{1}{3}$ supérieur, sans cal exubérant.

» Fracture de l'humérus au $\frac{1}{3}$ moyen, avec raccourcissement de 1^{cm}.

» Fracture de l'humérus au $\frac{1}{3}$ inférieur, gros cal, raccourcissement de 2^{cm}.

» Fracture de jambe au $\frac{1}{3}$ moyen, gros cal, raccourcissement de 1^{cm}.

» La consolidation est parfaite dans les deux premiers cas, le raccourcissement est peu marqué dans les autres; il est généralement plus prononcé dans les fractures correspondantes observées chez l'homme.

» C. *Arthrite déformante* (dite aussi *Arthrite sèche*). — Cinq cas relevés chez des gorilles. Les lésions portent une fois sur le coude et le genou, une fois sur le coude avec luxation consécutive du radius; une fois sur les deux genoux; une fois sur le coude seul; une fois, sur un seul genou.

» Chez l'homme l'arthrite sèche paraît causée par la misère, les privations, l'humidité; c'est, d'après Charcot et Bouchard, une affection de l'homme préhistorique (troglodytes).

» Mes observations prouvent qu'elle appartient aussi au *Troglodytes Gorilla*. Le gorille qui vit sur le sol humide est prédisposé à l'arthrite déformante. Le chimpanzé et l'orang, singes grimpeurs, sont plutôt exposés aux fractures.

» D. *Lésions inflammatoires des os.* — Huit observations fournies par cinq chimpanzés et trois gorilles, et dont voici l'indication sommaire :

» Ancienne ostéomyélite infectieuse juxta-épiphysaire de la partie inférieure des os de l'avant-bras, raccourcissement de 10^{cm}, hyperostose, fistule;

» Ancienne ostéomyélite du tibia, hyperostose, ossification du ligament interosseux;

» Ulcération superficielle du tibia, avec fines stalactites rappelant l'ostéopériostite tuberculeuse;

» Petite cavité creusée à la partie inférieure du radius, avec ostéite raréfiante périphérique comme en cas de tubercule enkysté;

» Périostites multiples, tibia, radius et cubitus;

» Bosselures arrondies donnant, au tibia et au péroné, l'aspect moniliforme;

» Exostose du volume d'une noix sur le cubitus;

» Périostites multiples siégeant sur le fémur dans une grande étendue et sur plusieurs côtes.

» Ces diverses lésions ressemblent à celles qu'on observe chez l'homme à la suite d'ostéites infectieuses ou tuberculeuses et d'inflammations traumatiques. En comparant un certain nombre de squelettes réunis dans les musées, il semblerait que les lésions osseuses soient plus fréquentes chez les grands singes que chez l'homme. »

M. **Charles Brongniart**, par un télégramme adressé de Mustapha, en date du 19 juin 1891, annonce avoir obtenu de bonnes cultures du Botrytis des Acridiens.

M. **Clément Ribard** adresse une Note relative à un moyen d'enlever la neige sur les rails des chemins de fer.

La séance est levée à 4 heures trois quarts. M. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 8 juin 1891.

Ministère de l'Instruction publique. — *Annales du Bureau Central météorologique de France*, publiées par E. Mascart. Année 1889. I : *Mémoires*. Paris, Gauthier-Villars et fils, 1891; 1 vol. gr. in-4°.

Ministère du Commerce, de l'Industrie et des Colonies. — *Bulletin du Conseil supérieur de Statistique;* n° 4. Session de 1890. Paris, Imprimerie nationale, MDCCCXC; gr. in-8°. (Deux exemplaires.) — *Annales du commerce exté-*

rieur. Année 1891, 5e fascicule. Paris, Imprimerie nationale, MDCCCXCI; gr. in-8°.

Les fonctions du cerveau, doctrines de l'École de Strasbourg, doctrines de l'École italienne; par Jules Soury. Paris, Lecrosnier et Babé, 1891; 1 vol. gr. in-8°. (Présenté par M. Charcot.)

Étude sur la réviviscence; par Émile Hublard. Mons, Dequesne-Masquillier, 1891; br. gr. in-8°. (Deux exemplaires.)

Report on the scientific results of the voyage of H. M. N. S. Challenger *during the years* 1873-76. — *Physics and Chemistry*. Vol. II. London, Printed for Her Majesty's stationery Office, 1889; 1 vol. gr. in-4°.

Ouvrages reçus dans la séance du 15 juin 1891.

Inventaire général des richesses d'art. — Province. — Monuments civils. Tome V. Paris, E. Plon, Nourrit et Cie, 1891; 1 vol. in-4°.

Exposition universelle internationale de 1889 *à Paris. — Rapports du jury international;* publiés sous la direction de M. Alfred Picard. Groupe II, 1re Partie : *Éducation et enseignement*. Classes 6, 7, 8, et 6-7-8. Paris, Imprimerie nationale, MDCCCXCI; 1 vol. in-4°.

Rapports sur les travaux : 1° *du Conseil central d'hygiène publique et de salubrité de la ville de Nantes et du dép. de la Loire-Inférieure;* 2° *des Conseils d'hygiène des arrondissements;* 3° *des médecins des épidémies, etc., pendant les années* 1888 *et* 1889; présentés par A.-M.-G. Rivaud. Nantes, L. Mellinet et Cie, 1890-91; 2 vol. in-8°.

Archives du musée Teyler. Série II, vol. III, cinquième Partie. Haarlem, les héritiers Loosjes, 1890; in-4°.

Annuaire météorologique pour l'année 1885, *publié par l'Institut météorologique danois*. Première Partie. Kjobenhavn, 1886; in-folio.

Étude critique des lois de répartition saisonnière des séismes; par M. F. de Montessuy de Ballore. (Extrait des *Archives des Sciences physiques et naturelles. Bibliothèque universelle.*) Genève, 1891; br. in-8°. (Deux exemplaires.)

Boletin semestral de la estadistica de la Republica mexicana; a cargo del Dr Antonio Penafiel. Año de 1889; numéro 3. Mexico, 1890; in-4°.

Observations made at the magnetical and meteorological Observatory at Batavia. Published by order of the government of netherlands India, under the direction of Dr J.-P. Van der Stock. Vol. XII, 1889. Batavia, printed at the Government printing office, 1890; in-folio.

Scientific results of the second Zarkandmission; based upon the collections and notes; of the late Ferdinand Stôlicka. — *Coleoptera*. Calcutta, office of superintendent of Government printing India, 1890; in-folio.

Popular lectures and adresses; by sir William Thomson. Vol. III : *Navigational affaires*. London, Macmillan and C°, 1891; in-18.

Verlags-Catalog; von R. Friedlander und Sohn. 1830-1890. Berlin, 1891; in-8°.

Abhandlungen der mathematisch-physikalischen Classe der Königlich Bayerischen Academie der Wissenschaften. München, 1891; in-4°.

ERRATA.

—

(Séance du 4 mai 1891.)

Note de M. *G. Hinrichs*, Énoncé d'une loi, etc.

Page 999, ligne 13, *au lieu de* $\alpha_2 = 201°$, *lisez* $\alpha_2 = 201$.
» ligne 14, *au lieu de* toutes les valeurs 278°, *lisez* les valeurs 278.

(Séance du 8 juin 1891.)

Note de M. *Victor Serrin*, Nouveau système de balance de précision à pesées rapides :

Page 1299, ligne 20, *au lieu de* à 1mgr près, *lisez* à 1 décigramme près.

Note de M. *A. Rommier*, Sur l'emploi du sulfure de carbone dissous dans l'eau pour combattre le Phylloxera.

Page 1331, ligne 8, *au lieu de* en oxyde de fer et en potasse caustique, *lisez* en sulfure de fer et en potasse caustique.